

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA
FONSECA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

Leonardo Rebouças de Andrade Trilho e Silva

Leonardo Ribeiro dos Santos

**ESTUDO COMPARATIVO DE GERAÇÃO DE ENERGIA COM
SISTEMAS NÃO SUAVES UTILIZANDO MATERIAIS
PIEZOELÉTRICOS.**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

RIO DE JANEIRO

2021

Leonardo Rebouças de Andrade Trilho e Silva

Leonardo Ribeiro dos Santos

**ESTUDO COMPARATIVO DE GERAÇÃO DE ENERGIA COM
SISTEMAS NÃO SUAVES UTILIZANDO MATERIAIS
PIEZOELÉTRICOS.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em engenharia mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca.

Orientador: Prof. Dr. Luciana Loureiro da Silva Monteiro

RIO DE JANEIRO

2021

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

S586 Silva, Leonardo Rebouças de Andrade Trilho e
Estudo comparativo de geração de energia com sistemas não suaves utilizando
materiais piezoelétricos / Leonardo Rebouças de Andrade Trilho e Silva [e] Leonardo
Ribeiro dos Santos – 2021.
74f : il.color. ; enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da
Fonseca, 2021.

Bibliografia: f. 66-74

Orientadora: Luciana Loureiro da Silva Monteiro

1. Engenharia mecânica. 2. Geração de energia. 3. Energia – Fontes alternativas.
4. Sistemas não-lineares. I. Santos, Leonardo Ribeiro dos. II. Monteiro, Luciana
Loureiro da Silva (Orient.). III. Título.

CDD 620.1

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente, a Deus pois sem ele nada é possível, também quero agradecer aos meus pais, Rubens e Cibeli, por sempre tentarem me prover as melhores oportunidades que eles conseguiram, além de servirem de exemplos para mim e para meu irmão, Raphael.

Agradeço, e dedico este trabalho, as minhas duas avós, Dalva e Wilma, que sempre deixaram claro que um de seus sonhos era ver seus netos homens feitos e formados, felizmente consegui fazer minha parte neste sonho para minha avó Dalva, que ainda habita este planeta, quanto a minha avó Wilma, infelizmente já falecida, tenho a absoluta certeza que verá onde estiver e sentirá tanto orgulho quanto se estivesse aqui ainda. Também agradeço a todos os outros membros da minha família, que de alguma forma me ajudaram durante essa caminhada.

Agradeço também a minha namorada, Ana Beatriz, que sempre esteve ao meu lado nos momentos de vitórias e de derrotas ao longo do curso de engenharia mecânica, que me ajudou com a sua experiência nesse tipo de trabalho enquanto eu escrevia, e que, mais que todos, suportou todas as minhas reclamações e preocupações durante a confecção deste, e lidou com primor e me tranquilizou em todos os momentos.

Também gostaria de agradecer a todos os meus amigos do CEFET/RJ, pois cada um me ajudou nessa caminhada da sua maneira, principalmente meu parceiro neste trabalho, Leonardo Ribeiro, que topou ser a minha dupla, mesmo sabendo que eu exigira no mínimo 200% dele, incluo também o Vitor Peixoto e Ítalo Vaz, pois formamos praticamente um time para todos os trabalhos que desenvolvemos ao longo do curso.

Por fim, gostaria de agradecer especialmente a nossa orientadora, Luciana Loureiro, que nos aceitou como seus pupilos durante dois períodos, nos passou grande conhecimento de áreas que não dominávamos, e que teve uma paciência indescritível para conosco durante o tempo necessário para desenvolvimento deste projeto.

Obrigado por tudo a todos!

Leonardo Rebouças de Andrade Trilho e Silva.

Agradeço primeiramente à Deus, por sempre ter me proporcionado saúde e capacidade para todos os desafios da vida.

Esse trabalho não seria possível sem o apoio da minha família. Agradeço especialmente aos meus pais, Albino Marcos e Shirley, que nunca mediram esforços para que eu tivesse a melhor educação e qualidade de vida, mesmo que tivessem que abdicar de seu próprio descanso, o que eu jamais poderei agradecer o suficiente. Ao meu irmão Bruno, e meu tio Ivan, que sempre deram suporte às minhas escolhas.

Agradeço à minha namorada e companheira de vida Natália Rodrigues, que sempre me motivou, estimulou e confiou em mim, não importando as derrotas e o tamanho dos obstáculos, e sempre vibrou com minhas vitórias. Aos meus amigos, Fernando Fernandez, Felipe Mejias, Felipe Santoro, Hugo Mello, Eduardo Câmara, que cada um à sua maneira, contribuíram para que eu me tornasse quem sou hoje.

A todos os meus amigos e colegas de CEFET/RJ, principalmente Italo Vaz, Lucas Pacheco, Vitor Peixoto, que por meio da união, estudo e esforço, sempre me apoiaram, em especial à Leonardo Rebouças, que foi essencial para que esse trabalho virasse realidade, desde calouros.

Por fim, agradeço especialmente à Luciana Loureiro, pela orientação, suporte e paciência que foram vitais para realização desse trabalho, demonstrando a grande professora que é. E também a todos os professores do CEFET/RJ, que por meio do conhecimento e de seus valores, deixaram sua marca na minha formação.

Eterna gratidão por todos vocês!

Leonardo Ribeiro dos Santos

RESUMO

SILVA, Leonardo Rebouças de Andrade Trilho e. Santos, Leonardo Ribeiro dos. **Estudo comparativo de geração de energia com sistemas não suaves utilizando materiais piezoelétricos**. 2021. 74. Trabalho de Conclusão de Curso – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2021.

Energia limpa tem sido um dos temas mais atuais quando se fala de pesquisas e avanços tecnológicos, dentro deste campo surgiram as pesquisas a respeito de colheita de energia, sendo está caracterizada pela captação, uso e armazenamento de energia proveniente de um ambiente. Dentro do campo de colheita de energia um dos métodos mais explorados é o da utilização de materiais piezoelétricos sujeitos à vibração. Baseado nesse universo, o trabalho em questão realiza uma análise de um método de colheita de energia que se aproveita da conversão da energia vibracional mecânica em energia elétrica. Com esse propósito, foi desenvolvido um modelo matemático capaz de simular um sistema de geração de energia não linear, composto de uma viga revestida de material piezoelétrico engastada em uma extremidade sujeita a vibrações, tendo nas proximidades de sua extremidade livre batentes mecânicos fixos a uma determinada distância da viga que representam não suavidades descontínuas. Dependendo das condições impostas de carregamento mecânico na viga é possível que ocorram impactos nos batentes e com isto a viga pode gerar um potencial elétrico, ainda mais eficiente que em um sistema linear (sem a presença de batentes mecânicos), ampliando faixa de frequência em que a geração de energia é alcançada. Diferentes configurações foram testadas para otimização do sistema em função dos principais parâmetros de controle. O modelo matemático com um grau de liberdade consiste em um sistema massa, mola, amortecedor acoplado a um circuito elétrico para representar a viga piezoelétrica e com a presença de batentes mecânicos modelados como um sistema mola e amortecedor. Foram realizadas análises dos diagramas de bifurcação, seções de Poincaré e diagramas de fase para deslocamento, potências de entrada e saída e eficiência. E, por fim, uma análise comparativa de diferentes configurações de modo a gerar conclusões e possíveis otimizações no sistema com análises detalhadas dos resultados obtidos ao longo da pesquisa.

Palavras-chave: Colheita de energia. Geração de energia. Materiais piezoelétricos. Sistema não linear.

ABSTRACT

SILVA, Leonardo Rebouças de Andrade Trilho e. Santos, Leonardo Ribeiro dos. **Comparative study of power generation with non-smooth systems using piezoelectric materials**. 2021. 74. Trabalho de Conclusão de Curso – Federal Center of Technological Education – Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2021.

Clean energy has been one of the most present topics when it comes to researching and technological advances. Within this field, research on energy harvesting has emerged, which is characterized by the uptake, usage and storage of energy from an environment. Within the field of energy harvesting, one of the most widespread methods is the use of piezoelectric materials. Based on this universe, the work in question analyzes energy harvesting as a method that takes advantage of the conversion of mechanical vibrational energy into electrical energy. For this purpose, a mathematical model was developed capable of simulating a non-linear energy generation system, composed of a beam coated with piezoelectric material embedded in one end subject to vibrations, having mechanical stops fixed to a determined area near its free end distance from the beam that represent non-discontinuous smoothness. Depending on the conditions imposed by mechanical loading on the beam, it's possible for impacts to occur on the stops and the beam can generate an electrical potential, even more efficient than in a linear system, expanding the frequency range in which energy generation is achieved. Different configurations were tested to optimize the system according to the main control parameters. The mathematical model with a level of freedom consists of a mass, spring, damper system coupled to an electrical circuit to represent the piezoelectric beam and with the presence of mechanical stops modeled as a spring and damper system. Analysis of bifurcation diagrams, Poincaré sections and phase diagrams for displacement, input and output powers and efficiency were performed. And, finally, a comparative analysis of different configurations in order to generate conclusions and possible optimizations in the system with detailed analysis of the results obtained during the research.

Keywords: Energy harvesting. Power generation. Piezoelectric materials. Non-linear system.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Esquemático de (a) um sistema de colheita de energia em configuração cantilever com duas camadas de material piezoelétrico sob (b) excitação de base, (c) vibrações galopantes e (d) vibrações auto paramétricas. Fonte: adaptado de Tan et al., (2016).	17
Figura 2: Esquemático de um sistema GPEH sob atuação do vento. Fonte: adaptado de Hu et al., (2021).....	18
Figura 3: Gráfico do comportamento experimental do coeficiente piezoelétrico em função da deformação. Fonte: adaptado de Crawley e Anderson (1990).	19
Figura 4: Esquema de equipamento biestável de colheita piezo-magneto-elástica. Fonte: adaptado de Cellular et al., (2019).....	21
Figura 5: Cristais Piezoelétricos – Topázio, Quartzo e Turmalina, respectivamente.....	24
Figura 6: Processo de Polarização de Materiais Piezoelétricos (a) Antes (b) Durante e (c) após a polarização. Fonte: adaptado de Tan (2011).....	25
Figura 7: Estrutura cristalográfica PZT. Fonte: adaptado de Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications, APC International.	25
Figura 8: Efeito Piezelétrico Direto. Fonte: CERAMTEC 2013.....	26
Figura 9: Efeito Piezelétrico Indireto. Fonte: CERAMTEC 2013.	26
Figura 10: Eixos de um material piezelétrico. Fonte: adaptado de Yang et al, (2018).	26
Figura 11: Modo de operação d31. Fonte: adaptado de Yang et al, (2018).	27
Figura 12: Modo de operação d33. Fonte: adaptado de Yang et al, (2018).	27
Figura 13: Relação entre Tensão e alongamento. Fonte: adaptado de Leo (2007).	27
Figura 14: Relação entre Tensão e deslocamento elétrico. Fonte: adaptado de Leo (2007). ...	28
Figura 15: Relação entre Deslocamento elétrico e Campo Elétrico. Fonte: adaptado de Leo (2007).	29
Figura 16: Relação entre Campo elétrico e alongamento. Fonte: adaptado de Leo (2007).	29
Figura 17: Proposta do dispositivo de geração de energia na presença de batentes mecânicos.	30
Figura 18: Modelo arquetipo do sistema para colheita de energia.	31
Figura 19: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um resultado obtido em literaturas anteriores com aquele obtido através da rotina numérica desenvolvida.	35

Figura 20: Deslocamento máximo x frequência de forçamento para um espaçamento de 70 μ m. Comparação entre quantidade de pontos durante a varredura da faixa de frequência onde: a) 50 pontos, b) 100 pontos, c) 250 pontos, d) 350 pontos, e) 500 pontos.	37
Figura 21: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 50 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	39
Figura 22: Deslocamento médio x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 50 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	40
Figura 23: Espaços de fase e seções de Poincaré. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear com um batente para diferentes valores de β considerando um espaçamento de 50 μ m.	41
Figura 24: Espaços de fase e seções de Poincaré para um espaçamento de 50 μ m. Sistema não linear com dois batentes para diferentes valores de β onde: a) $\beta = 1$, b) $\beta = 10$, c) $\beta = 50$, d) $\beta = 100$, e) $\beta = 200$	42
Figura 25: Frequência de forçamento x Potência de saída. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de 50 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	43
Figura 26: Frequência de forçamento x Rendimento (η). Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de 50 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	44
Figura 27: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 30 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	46
Figura 28: Deslocamento médio x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 30 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	47
Figura 29: Espaços de fase e seções de Poincaré. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear com um batente para diferentes valores de β considerando um espaçamento de 30 μ m.	48
Figura 30: Espaços de fase e seções de Poincaré para um espaçamento de 30 μ m. Sistema não linear com dois batentes para diferentes valores de β onde: a) $\beta = 1$, b) $\beta = 10$, c) $\beta = 50$, d) $\beta = 100$, e) $\beta = 200$	49

Figura 31: Frequência de forçamento x Potência de saída. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de 30 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	51
Figura 32: Frequência de forçamento x Rendimento (η). Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de 30 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	52
Figura 33: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 10 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	53
Figura 34: Deslocamento médio x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 10 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	54
Figura 35: Espaços de fase e seções de Poincaré. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear com um batente para diferentes valores de β considerando um espaçamento de 10 μ m.	55
Figura 36: Espaços de fase e seções de Poincaré para um espaçamento de 10 μ m. Sistema não linear com dois batentes para diferentes valores de β onde: a) $\beta = 1$, b) $\beta = 10$, c) $\beta = 50$, d) $\beta = 100$, e) $\beta = 200$	56
Figura 37: Frequência de forçamento x Potência de saída. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de 10 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	58
Figura 38: Frequência de forçamento x Rendimento (η). Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de 10 μ m para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.	59
Figura 39: Frequência de forçamento x deslocamento máximo. Comparação entre espaçamentos de 50 μ m 30 μ m e 10 μ m para diferentes espaçamentos e quantidade de batentes quando $\beta = 200$	60
Figura 40: Média da Potência de saída x diferentes valores de β . Comparação entre espaçamentos de 50 μ m, 30 μ m, 10 μ m e quando não ocorre impactos para: a) um batente, b) dois batentes.	62
Figura 41: Média do rendimento x diferentes valores de β . Comparação entre espaçamentos de 50 μ m, 30 μ m, 10 μ m e quando não ocorre impactos para: a) um batente, b) dois batentes.	63

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 MOTIVAÇÃO	12
1.2 JUSTIFICATIVA	13
1.3 OBJETIVOS	14
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1 SISTEMAS LINEARES	16
2.2 SISTEMAS NÃO-LINEARES	19
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
3.1 PIEZOELETRICIDADE	24
3.2 MODOS DE OPERAÇÃO	26
3.3 EFEITO DIRETO	27
3.4 EFEITO INVERSO	28
3.5 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS	29
4 MODELO MATEMÁTICO	30
5 RESULTADOS OBTIDOS NUMERICAMENTE	34
5.1 VALIDAÇÃO DOS FATORES NUMÉRICOS	34
5.2 SISTEMAS COM ESPAÇAMENTO DE 50 μm	38
5.3 SISTEMAS COM ESPAÇAMENTO DE 30 μm	44
5.4 SISTEMAS COM ESPAÇAMENTO DE 10 μm	52
5.5 ANÁLISES COMPARATIVAS DOS SISTEMAS	59
6 CONCLUSÕES	64
6.1 TRABALHOS FUTUROS	65
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Uma das mais cruciais preocupações atuais no que diz respeito a qualidade de vida e perspectivas da humanidade é a produção de energia sustentável que minimize os impactos ambientais. Com o aumento da população global de forma exponencial, existe a necessidade real da diversificação e otimização da matriz energética imprescindível para suprir as necessidades globais. Dentre as opções de geração de energia, que impactam a natureza diretamente, e que são amplamente usadas atualmente, pode-se citar a queima de combustíveis fósseis, que sempre irão gerar gases nocivos à saúde humana, a energia hidroelétrica, que além de existir limitações geográficas para sua implantação, gera o alagamento de grandes regiões, ou o uso de materiais nucleares, como o urânio enriquecido, que tem no seu descarte uma dificuldade, além do risco da ocorrência acidentes nucleares, como os de Chernobyl, na Ucrânia, ocorrido durante a década de 80, e mais recentemente o de Fukushima, no Japão, no ano de 2011.

O uso dessas fontes de energia não renováveis, e que impactam não somente a humanidade, mas a fauna e a flora, chama a atenção de toda a comunidade internacional na busca do uso de energias renováveis, que venham a impactar de maneira não significativa aqueles que vivem no local de sua instalação. Dentre as opções, destacam-se o uso de moinhos de ventos para captação de energia pelo vento (GASCH; TWELE, 2002), a energia solar com a utilização de painéis fotovoltaicos, que convertem a luz solar em energia elétrica (IMHOFF, 2007), ou pelo método de energia concentrada, até mesmo a movimentação de ondas no mar, que pode ser capaz de gerar quantidades significativas de geração de energia constantemente (KLOTZE, 2017).

Uma solução que vem sendo pesquisada cada vez mais é a implementação de dispositivos de colheita de energia, do inglês *Energy Harvesting*, constituídos de materiais piezoelétricos. Esses mecanismos vêm sendo analisados nas mais diferentes configurações, sempre buscando uma otimização para que se tornem cada vez mais eficientes. Esses estudos tiveram início em meados dos anos 1990 (WILLIAMS; YATES, 1996), e dentre os avanços podemos citar a inclusão do uso de vibrações induzidas por fricção (WANG et al., 2020), não suavidades no sistema (AI et al., 2019), vigas engastadas que podem ser excitadas das mais

diversas maneiras, como por impacto (HALIM; PARK, 2014; HU et al., 2017; ZHAO et al., 2018), por magnetismo (XU et al., 2016, ZHAO et al., 2018a), amortecidos por magnetismo (SHIH et al., 2015; HU et al., 2018 e até mesmo por vibrações induzidas por vórtex de ondas do mar (DU et al., 2020) e por vibrações estruturais (AMINZAHED et al., 2020).

Se faz notório que a cada dia que passa a tecnologia envolvendo os materiais piezoelétricos avança cada vez mais, além da colheita de energia, essa categoria de materiais inteligentes podem ser usadas em atuadores em robôs (ZHOU; GRAVISH, 2020), como matéria prima para a criação de tapetes (GOMES et al., 2016) que podem ser utilizados das mais variadas maneiras no futuro.

1.2 JUSTIFICATIVA

É sabido que os materiais piezoelétricos são caracterizados pela sua capacidade de geração de energia elétrica, sendo amplamente utilizados como sensores e atuadores em diversos campos da engenharia (PANAHI et al., 2020; LIU et al., 2018). Entretanto, um campo de utilização que vem crescendo exponencialmente é o de colheita de energia utilizando destes materiais, através da metodologia de conversão de esforços mecânicos para diferenciais elétricos, com aplicação em sistemas oriundos de fenômenos naturais, ou fenômenos provocados pelo homem, sendo aquele que utiliza das vibrações existentes nos mais variados sistemas do mundo atual. Esse campo de atuação vem avançando cada vez mais conforme o tempo vem passando, e com isso os mais diferentes métodos de ocasionar as vibrações tem sido utilizados nesse propósito.

Um dos desafios atuais é encontrar as configurações onde a geração de energia elétrica por meio desse método é potencializada ao seu máximo, seja pela aplicação cada vez mais prática e cotidiana dos modos de vibração, quanto com o avanço na pesquisa acerca da teoria. Baseado nisso, esse estudo toma como inspiração a conversão da energia vibracional mecânica em energia elétrica através de um sistema não linear, onde esses sistemas vêm demonstrando a possibilidade de expansão de sua faixa de operação. Diferentes métodos vêm sendo estudados como o uso de estruturas biestáveis (ERTURK; INMAN, 2011), usando pré-carga mecânica (LELAND; WRIGHT, 1985), incluindo a massa simétrica da ponta (BAI et al., 2014), com o uso sinérgico de outros materiais inteligentes (SILVA et al., 2015) variando a geometria estrutural do dispositivo (FRISWELL et al., 2012) e incluindo batentes mecânicos (BASSET et al., 2014). No último caso, o uso de batentes mecânicos nas proximidades de uma viga

piezoelétrica, tema deste trabalho, demonstra ser capaz de alterar fortemente a dinâmica do sistema e aumentar a energia coletada (FRISWELL et al., 2012).

1.3 OBJETIVOS

O estudo em questão tem como propósito a formulação de um modelo matemático que descreva a geração de energia com um dispositivo piezoelétrico composto de uma viga revestida de material piezoelétrico engastada em uma extremidade sujeita a vibrações, tendo nas proximidades de sua extremidade livre batentes mecânicos fixos a uma determinada distância da viga que representa não suavidades descontínuas. O modelo matemático de um grau de liberdade consiste de um sistema massa, mola, amortecedor acoplado a um circuito elétrico para representar a viga piezoelétrica e com a presença de batentes mecânicos modelados como um sistema mola e amortecedor. As equações de movimento e elétricas foram resolvidas numericamente através do método Runge-Kutta de 4ª ordem e foram realizadas análises através de diagramas de bifurcação, seções de Poincaré e diagramas de fase para deslocamento, potências de entrada e saída e eficiência variando diferentes parâmetros, como amplitude e frequência de vibração, distância dos batentes mecânicos em relação a viga piezoelétrica e rigidez dos batentes mecânicos.

A partir disto serão então exploradas diferentes configurações para que se encontre aquela em que o sistema se encontre mais otimizado, isso tudo em função dos principais parâmetros de controle do grupo viga piezoelétrica, batente e oscilador. Ao final disso tudo será realizado um estudo dos resultados obtidos ao longo da pesquisa com o intuito de encontrar aquele que é o modelo mais próximo do ideal.

Esse trabalho é constituído de nove capítulos. O primeiro deles, se apresentam as motivações e justificativas pela escolha do tema além dos objetivos a serem alcançados. Em seguida, no segundo capítulo, é discutida uma revisão bibliográfica, abordando os trabalhos acerca do conceito de colheita de energia e suas metodologias, assim como seus avanços com o passar dos anos.

No terceiro capítulo é apresentada uma fundamentação teórica, onde se aprofunda o tema da piezoelectricidade, como ela surgiu e para onde ela está indo atualmente, além da metodologia de colheita escolhida para ser pesquisada. No quarto capítulo será apresentada uma modelagem matemática do sistema, mostrando as principais equações que o regem.

No quinto capítulo são abordados os resultados matemáticos, abordando a não linearidade do sistema e seus métodos numéricos utilizados. No sexto capítulo é mostrada a implementação numérica e os resultados simulados do sistema.

No sétimo capítulo são apresentadas parametrizações, em busca daquela que é a melhor configuração do sistema proposto para a obtenção de energia.

No oitavo capítulo são apresentadas as principais conclusões acerca dos resultados apresentados. E por fim, no nono capítulo, são apresentadas as referências bibliográficas que pautam a pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão discutidos as metodologias de colheita de energia, e como as metodologias tem avançado com o passar dos anos, desde os seus primeiros passos nas últimas décadas (CRAWLEY; ANDERSON, 1990; WILLIAMS; YATES, 1996) até pesquisas atuais como DU et al., (2020) e seu sistema de captação através de vórtex provocados por ondas do mar.

O conceito de colheita de energia, do inglês “*Energy Harvesting*” é extremamente vasto, englobando assuntos como a utilização e desenvolvimento de metodologias de conhecimento geral como a eólica, solar e hidrelétricas. Durante a última década avanços significativos foram testemunhados no campo de tecnologias referentes a colheita de energia, do inglês *Energy Harvesting*, por meio da utilização de materiais inteligentes transformando assim esses materiais capazes de realizar tal feito em alternativas realistas para outros dispositivos, devido a sua capacidade de fornecer energia continuamente para dispositivos de baixa potência, como sensores wireless, na transmissão de dados, em atuadores e até mesmo implantes médicos (LIU et al., 2018).

Existem três principais maneiras de converter a energia vibracional mecânica em energia elétrica, sendo elas através de materiais eletromagnéticos, eletrostáticos e piezoelétricos. Devido a isso os materiais piezoelétricos vem se tornando a alternativa número um quando se trata do assunto colheita de energia pela sua estrutura simples, alta densidade energética, ou seu potencial de tempo de operação, além da não interferência eletromagnética (ZHAO et al., 2018a).

2.1 SISTEMAS LINEARES

Recentemente, muitos estudos têm sido desenvolvidos a fim de realizar progressos no campo de colheita de energia a partir de sistemas lineares, seja através da metodologia da colheita (excitação de base, atuação de forças externas ou fenômenos naturais), ou como a geometria do transdutor altera os parâmetros, indo até a novas modelagens matemáticas (TAN et al., 2016; FRISWELL; ADHIKARI 2010)

Colher energia elétrica a partir de sistemas lineares é uma tarefa mais simples do que a partir de dispositivos não lineares sob o ponto de vista de estruturação do sistema. Um dos

esquemáticos mais comuns quando se trata de sistemas lineares de colheita de energia por piezoelectricidade por vibrações são os estudos em vigas piezoelétricas em configuração “Cantilever”, já que grande parte da tensão mecânica pode ser produzida no material durante a vibração (LIU et al., 2018)

Colhedores de energia piezoelétricos baseados em vigas *Cantilever* vem sendo propostos para fornecer energia de forma durável a dispositivos MEMS, sistemas microeletromecânicos, do inglês *Micro-electro-mechanical Systems*, e sensores wireless para monitoração estrutural e ambiental, regulação e controle de sistemas luminosos e de calor, em estruturas civis, e comunicação entre redes *ad hoc* veiculares e sistemas de monitoramento da saúde humana (TAN et al., 2016). O esquemático das metodologias de funcionamento de uma viga em configuração Cantilever e seus principais métodos de esforços estão ilustrados na figura 1.

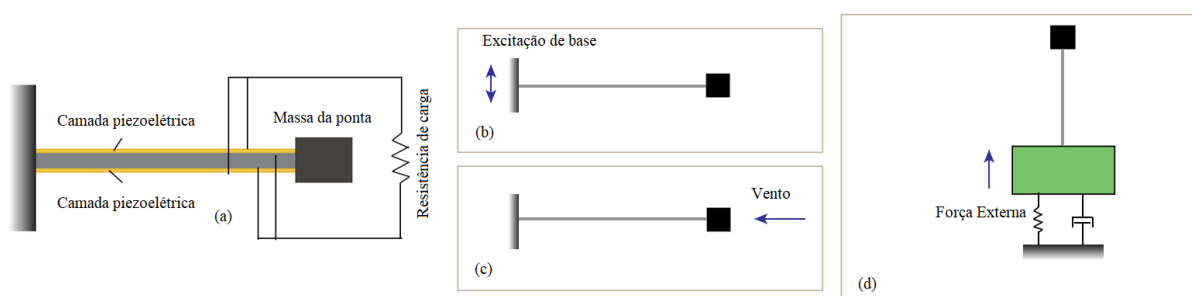


Figura 1: Esquemático de (a) um sistema de colheita de energia em configuração cantilever com duas camadas de material piezoelétrico sob (b) excitação de base, (c) vibrações galopantes e (d) vibrações auto paramétricas. Fonte: adaptado de Tan et al., (2016).

Erturk e Inman foram responsáveis por desenvolver em suas pesquisas modelos matemáticos que descreviam as equações que regem o movimento de vigas do tipo Cantilever, evidenciando também a dificuldade em se utilizar métodos simplificados na descrição de equipamentos para colheita de energia piezoelétricos. (ERTURK; INMAN, 2008^a; ERTURK; INMAN, 2008; ERTURK; INMAN, 2008b; ERTURK et al., 2009; ERTURK; INMAN, 2009).

Friswell e Adhikari (2010) contribuíram na pesquisa com um modelo de viga que segue o sistema de excitação de base onde, onde essa base sofreria movimentos tanto translativos quanto rotacionais, além disso, utilizaram transdutores piezoelétricos com diferentes formatos. Eles concluem que a alteração de formato resulta em diferentes capacitâncias e o fator de acoplamento eletromecânico do material piezoelétrico, alterando assim a potência obtida para as diferentes formas.

Tan et al., (2016) segue a pesquisa de vigas *Cantilever* com movimentos de base, onde conclui-se que a utilização do fator de acoplamento eletromecânico altera a frequência natural e o fator de amortecimento, provocando assim mudanças na quantidade de potência coletada no sistema pelo colhedor de energia piezoelétrico, propondo assim uma nova metodologia matemática para o sistema *Cantilever*. Os autores mostraram resultados de variações de potência obtida em função da frequência de excitação para diferentes fatores de acoplamento eletromecânico mostrando a importância das características constitutivas do sistema.

Vibrações induzidas por galope tem como características a alta oscilação da amplitude além do alto alcance de operação da velocidade do escoamento externo (gases e líquidos). Devido a isso coletores de energia por vibrações galopantes tem sido explosivamente pesquisados. Um modelo convencional de GPEH (*Galloping Piezoelectric Energy Harvest*) é composto por um corpo maciço anexado a ponta de uma viga de configuração *Cantilever* com um transdutor piezoelétrico (HU et al., 2021). Uma configuração padrão de GPEH pode ser vista na figura 3.

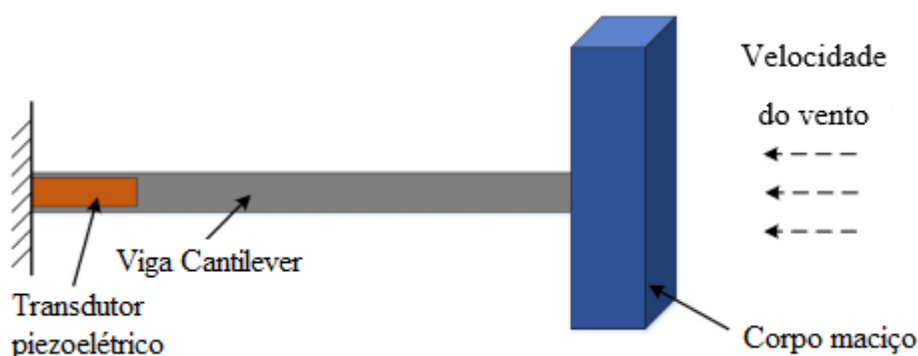


Figura 2: Esquemático de um sistema GPEH sob atuação do vento. Fonte: adaptado de Hu et al., (2021).

Hu et al., (2021) realizou um estudo onde o corpo se descreve um sistema de viga cantilever com um transdutor piezoelétrico sob atuação de vibrações galopantes provocadas pela ação do vento além da ação de um sistema vigas parasitas com massas alocadas em suas pontas, com isso desenvolveu modelos de múltiplos graus de liberdade (MDOF – *Multiple-Degree-Of-Freedom*) e com um grau de liberdade (SDOF – *Single-Degree-Of-Freedom*). Com essas duas configurações obteve resultados da ordem de 171.2% da geração de energia em comparação com sistemas convencionais GPEH.

2.2 SISTEMAS NÃO-LINEARES

Sabe-se que os sistemas lineares, quando se encontram próximos a sua frequência natural, conseguem o máximo de geração de energia. No entanto, sob um ponto de vista prático, esse modelo torna-se menos eficiente, uma vez que as condições ambientes sempre provocam mudanças de frequência, onde esses desvios, ocasionam uma perda significativa quando do rendimento, por se tratar de um sistema de banda estreita (AI et al., 2019). Mesmo após mudanças de configurações, como a inserção de massas concentradas na extremidade dos dispositivos, para sintoniza a frequência natural com a frequência do ambiente externo, isso não solucionou o problema, uma vez que não há uma sintonização da frequência natural em tempo real (COSTA, 2020). Com isso, não linearidades têm sido induzidas intencionalmente, de modo a superar essa limitação (R PATEL et al., 2014).

Uma grande ramificação das linhas de estudos sobre materiais piezoelétricos se originou da busca por maior rendimento estudando os efeitos não lineares constitutivos. Como demonstrado por Rocha (2014), foram feitos avanços significativos a partir dos experimentos primordiais de Crawley e Anderson (1990), que mostrou efeitos das não linearidades constitutivas observadas nos limites de grandes deformações mostram que o coeficiente piezoelétrico (d_{31}) varia consideravelmente em relação a aproximação linear que o considera constante. Esse gráfico pode ser observado na figura 4. A maioria dos modelos matemáticos para materiais piezoelétricos utiliza a aproximação linear para este parâmetro, o que resulta em grandes desvios quando comparados com resultados experimentais na região de ressonância.

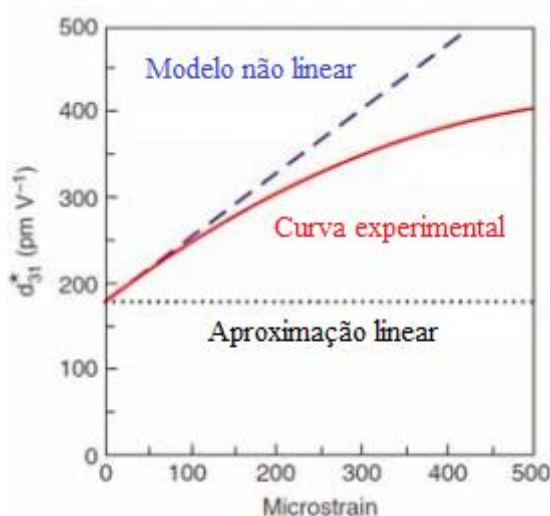


Figura 3: Gráfico do comportamento experimental do coeficiente piezoelétrico em função da deformação.

Fonte: adaptado de Crawley e Anderson (1990).

Baseado no resultado, (TRIPLETT; QUINN, 2009; SILVA et al., 2015) desenvolveram um modelo matemático levando em consideração o coeficiente piezoelétrico como uma função analítica que depende da deformação do material. Este resultado mostrou que é possível obter melhores correlações numérico-experimentais.

Uma outra forma de não linearidade inclui o uso de forças magnéticas nas proximidades de uma viga piezoelétrica. Erturk e Inman (2008) contribuíram com estudos de sistemas piezomagnetoelásticos. Os autores observaram que a introdução de forças magnéticas levava o sistema a órbitas de alta energia em uma ampla faixa de frequências de vibração. Simulações numéricas foram feitas e validadas experimentalmente. Observou-se que configuração piezomagnetoelástica gera maiores magnitudes de energia com respostas caóticas em comparação com as aplicações piezoelásticas comuns em várias faixas de frequências.

Com as pesquisas de Ramlan et al. (2008), foram investigados os efeitos da inserção de uma não linearidade via mola para simular os efeitos magnéticos, com o sistema sendo representado pela equação de Duffing:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad (1)$$

onde x é o deslocamento, γ a aceleração, ω a frequência angular, t o tempo e os parâmetros α de β definem o tipo de mola. Dependendo do sinal de α é possível simular sistemas monoestáveis e biestáveis (SAVI, 2006). A introdução de forças magnéticas no sistema de geração de energia pode levar a biestabilidade, introduzindo comportamentos não lineares capazes de otimizar o sistema. Os resultados mostraram que a largura da banda aumentou, porém com o pico de tensão gerada foi semelhante ao sistema linear.

O uso de ímãs também foi explorado por Daqaq (2010) e Ferrari et al., (2010), que também contribuíram com esse tópico ao realizar um extenso trabalho onde mostra que o sistema de piezomagnetoelástico também pode ser modelado através do sistema *Duffing* modificado, e ainda traçou as relações entre as forças magnéticas atuantes no sistema e os coeficientes não-lineares de rigidez presentes na força de restituição de sistemas tipo *Duffing* (COSTA, 2020).

Com estudos mais recentes de Tang et al, (2012), fica claro o potencial que a inserção de não linearidades pode ter em questão de eficiência, onde obteve-se resultados expressivos com o uso de um oscilador magnético no lugar de um ímã fixo, mostrando uma melhoria de

100% em largura de banda e de 42% na potência de pico em uma aceleração de 2m/s^2 sobre o sistema linear e com imã fixo. Com esses significativos resultados, estudos e pesquisas cresceram cada vez mais quanto ao potencial vantajoso que a inserção de não linearidades tem não só na otimização da extração e armazenamento de energia, como também na modelagem de estruturas (AI, 2018).

Resultados expressivos também foram obtidos pelo conhecido estudo de Erturk et al., (2009), com a não linearidade de seu sistema que consiste em viga *Cantilever* ferromagnética com imãs acoplados nas extremidades da base, e pode ser descrito matematicamente como uma versão do sistema Duffing modificada, onde os primeiros resultados demonstraram um aumento de 200% na amplitude de tensão gerada (ERTURK; INMAN, 2011; COSTA, 2020).

Outra forma comum de superar a sensibilidade do sistema devido a baixo desempenho e ajustes incorretos em baixa frequência, segundo Ramlan et al., (2012), usando a não linearidade, é uma rigidez cúbica, além de uma rigidez linear, que em conjunto com a massa inercial, formam um oscilador Duffing, que pode ser dividido em 3 modos de operação. Modo de endurecimento, biestável e amolecimento, onde os dois primeiros são comumente usados para colheita de energia. Cellular et al., (2019) também demonstrou um estudo sobre a não linearidade de maneira extremamente didática, em que mostra a consideração da força de restituição do tipo Duffing, gerando sistemas monoestáveis e biestáveis, no caso, a base de imãs. A magnitude e natureza da não linearidade pode ser alteradas com a concepção do imã. Os imãs da base, quando esta sofre excitação, oscilam dentro do potencial do imã fixo formando a função não linear. O esquema em questão é mostrado na figura 5.

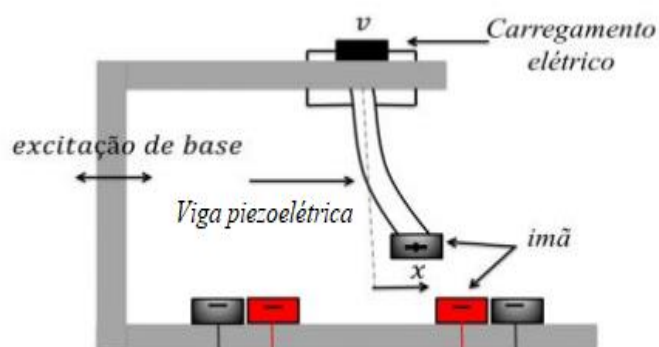


Figura 4: Esquema de equipamento biestável de colheita piezo-magneto-elástica. Fonte: adaptado de Cellular et al., (2019).

Olhando-se pelo ponto de vista de frequências em sistemas não lineares, um estudo recente de Pereira et al., (2018), onde se analisa sistemas não lineares quanto a diferentes tipos de vibração, harmônica, que representa ondas periódicas no tempo, randômica usando períodos aleatórios, e harmônica-randômica, onde se alternam as vibrações e se verifica as potências geradas por cada sistema. Foi verificado nos experimentos, que esta última é a onde se tem o melhor aproveitamento.

O conceito de histerese é indispensável ao se tratar de colheita de energia de forma não linear. Esse fenômeno ocorre em materiais dos mais diversos, incluindo os piezoelétricos, e traz não linearidades causada pela histerese. (JALILI, 2010). Os materiais com memória de forma (SMA, *Shape Memory alloy*) em uso sinérgico com os piezoelétricos aumentam a colheita de energia, com a transformação da fase martensítica explorando a alteração de rigidez e energia dissipada (AI, 2018). Como mostrado por Silva et al., (2015a), que aplicou uma análise numérica de um sistema SMA-piezoelétrico com o objetivo de analisar a colheita de energia, onde se estendeu com sucesso a faixa operacional do sistema. (RHIMI; LAJNEF, 2012) também obtiveram sucesso na integração entre SMA-piezoelétricos, onde a potência e a presença foram analisadas em uma viga com camadas piezoelétricas e inclusões de SMA's, mostrando uma otimização dos resultados graças ao comportamento não linear e histeréticos deste último.

Outra maneira amplamente utilizada de inserção de não linearidades para otimização da colheita de energia é o uso sistemas dinâmicos de não-amortecimentos, que apresentam uma descrição matemática complexa e incomum. (SILVA, 2019). Esse ponto de vista foi explorado no trabalho de (SOLIMAN et al., 2008), de modo a encontrar importantes resultados que demonstraram que os parâmetros de velocidade da viga em balanço no ponto de impacto, pela relação de rigidez do suporte rígido e elemento piezoelétrico, onde em seu experimento utilizaram um batente, com essa utilização também sendo chamada de não-suavidade. Os resultados de Vijayan et al., (2014), que desenvolveu um sistema de vibração e impacto não linear e não-suave, com a capacidade de converter respostas de baixa frequência a altas frequências evidenciou uma resposta sensível e pequenas amplitudes de aceleração.

Com isso, sistemas não suaves, que serão os explorados nesse trabalho, podem ser por atrito, impacto e folgas, e são explorados para aumentar a largura de banda do dispositivo, apesar de que potência de saída média aumenta com excitações mecânicas e satura a níveis elevados (AI, 2018). Karpenko et al., (2002), realizou estudos sobre não suavidades e seus

efeitos sobre um sistema de um rotor com dois graus de liberdade sujeita a impactos por vibrações forçadas onde as forças surgem de uma folga radial. Contribuíram com tal pesquisa mais recentemente, Liu et al., (2017), que desenvolveram um modelo dinâmico de dois graus de liberdade com um contato de fricção unilateral é construído para uma das estruturas acionadas por fricção, onde essa não suavidade é analisada por simulações numéricas para seus diferentes modos de operação. Outra contribuição foi feita por Sengha et al., (2020), onde um sistema com comportamento de coletor de energia é modelado por osciladores acoplados não suaves submetidos a excitações harmônicas e aleatórias, onde os resultados mostraram que essa técnica se mostrou extremamente eficaz, assim como nos resultados de Rysak et al., (2014), onde foi proposto uma liga de alumínio com camadas de material piezoelétrico, submetida a excitação harmônica, onde a inclusão de um suporte aumentou a faixa de frequência para uma potência de saída com altos valores.

Portanto, os trabalhos e pesquisas desenvolvidos acerca da colheita de energia por materiais piezoelétricos com a inserção de não linearidades se mostram com um enorme potencial. As perspectivas para esse ramo de pesquisa sob o ponto de vista prático são extremamente positivas. Alguns exemplos são dos mais simples, de palmilhas de tênis e saltos (MATEU; MOLL, 2006) (HOWELLS, 2009), alças de mochila (GONÇALVES, 2011), pisos de boates e catracas (CELLULAR, 2016), aplicações biomédicas (ALI et al., 2019), moinhos de ventos (PRIYA, 2005) e movimentos naturais do corpo humano (ELTANANY et al., 2017) até exemplos mais complexos utilizados em pesquisas avançadas como as demonstradas nesse capítulo, que teve como objetivo demonstrar os avanços históricos nas pesquisas, experimentos e aplicações de materiais piezoelétricos.

O modo não linear e não suave de colheita de energia serão abordados nos próximos capítulos, onde será feito o desenvolvimento de um sistema, o mapeamento dinâmico deste, além da análise de sua performance.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com o aprofundamento do tema desse trabalho, se faz necessário o aprofundamento de conceitos fundamentais para o entendimento do conteúdo e teoria.

3.1 PIEZOELETRICIDADE

A Piezoelectricidade (que tem em seu próprio nome de origem grega para “Eletricidade por pressão”) e seus efeitos começaram a ser conhecidos com Jacques e Pierre Curie, em 1880, ao observarem que certos cristais, como Quartzo, Topázio e Turmalina, quando submetidos a esforços mecânicos, podiam gerar potencial elétrico pelas tensões mecânicas aplicadas. Um ano depois, em 1881, Jonas Lippmann, pressupôs o efeito inverso, isso é, que os cristais deformariam expostos a determinados potenciais elétricos, suposição essa que foi comprovada em 1889 pelos mesmos irmãos Curie. No entanto, ao passar dos anos, percebeu-se que o efeito piezoeletrico nesses cristais é relativamente baixo, e iniciou-se o aprofundamento no assunto, onde se procurou a origem do efeito piezoeletrico.



Figura 5: Cristais Piezoeletricos – Topázio, Quartzo e Turmalina, respectivamente.

No decorrer dos avanços das pesquisas em relação a esses materiais, descobriu-se que a piezoelectricidade está diretamente relacionada com a ausência do centro de simetria nas células unitárias dos cristais, isso é, as cargas positivas e negativas podem se movimentar, o que gera dipolos elétricos. O efeito Piezoeletrico tem relação com a quantidade e alinhamento dos dipolos elétricos presentes no material.

Dessa forma com uma polarização induzida, esses dipolos são reorientados por meio da elevação acima da temperatura de Curie tornando uma estrutura centro simétrica e despolarizando-a. Em seguida, é aplicado um campo elétrico de modo a direcionar a polarização e deformando a estrutura cristalina, promovendo a assimetria do centro, e o material é enfim

resfriado com o campo ainda presente, orientando os dipolos de modo a aumentar o alinhamento e por consequência, o acoplamento eletromecânico. A figura 7 mostra a orientação dos dipolos nesse processo de polarização, de modo que ao fim desse, os dipolos se encontram consideravelmente alinhados

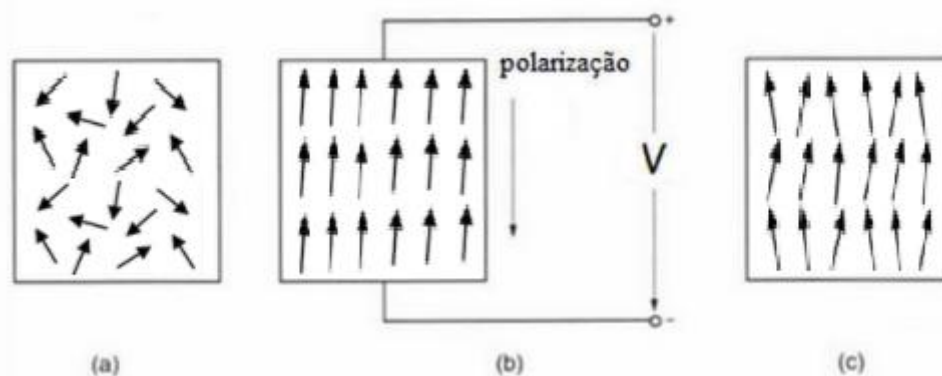


Figura 6: Processo de Polarização de Materiais Piezoelétricos (a) Antes (b) Durante e (c) após a polarização. Fonte: adaptado de Tan (2011).

A figura 8 mostra a estrutura cristalina com a polarização entre os átomos, onde resumidamente, é responsável pelo efeito piezoelétrico. Circulado em vermelho, a simetria e posterior assimetria do centro, em uma estrutura cristalográfica de PZT durante o processo de polarização, em uma temperatura acima do ponto de Curie, e a outra abaixo respectivamente.

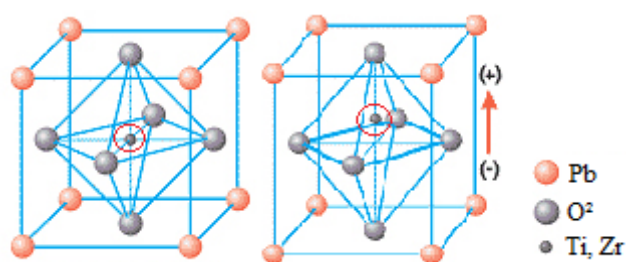


Figura 7: Estrutura cristalográfica PZT. Fonte: adaptado de Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications, APC International.

Em resumo, os materiais piezoelétricos devem possuir ou naturalmente, ou por meio de um processo de polarização, arranjos cristalográficos assimétricos que permitam a movimentação de cargas, de modo que sejam gerados dipolos elétricos. Quando sofrem pressões mecânicas, deixando átomos mais próximos ou mais afastados, o balanço energético entre cargas positivas e negativas é afetado, gerando uma diferença de potencial, como no caso do efeito direto.



Figura 8: Efeito Piezelétrico Direto. Fonte: CERAMTEC 2013.

Onde o contrário também ocorre, isso é, a deformação mecânica quando exposto a um potencial elétrico.

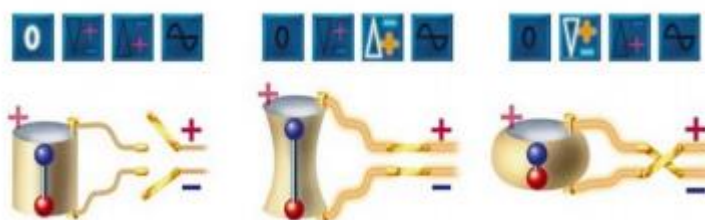


Figura 9: Efeito Piezelétrico Indireto. Fonte: CERAMTEC 2013.

3.2 MODOS DE OPERAÇÃO

No estudo de materiais piezoelétricos, geralmente são utilizadas modelagens, onde o caso mais estudado é o de vigas. Para isso, segundo Ralib (2010), por convenção, a direção positiva de polarização é usualmente escolhida para ser coincidente ao eixo 3, como mostrado na imagem.

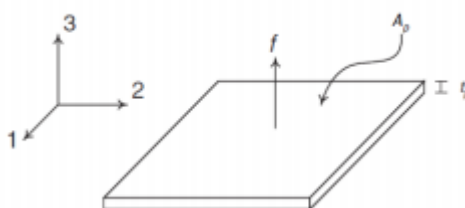


Figura 10: Eixos de um material piezelétrico. Fonte: adaptado de Yang et al, (2018).

Dois modos de operação e análise geralmente se destacam e são considerados os principais, são estes chamados d_{31} e d_{33} .

Segundo Alves et al., (2018), d31 é o modo mais utilizado e destaca-se em uma estrutura de viga de flexão, onde a direção da polarização é “3” o que mostra a perpendicularidade do campo elétrico a tensão aplicada em 1.



Figura 11: Modo de operação d31. Fonte: adaptado de Yang et al, (2018).

Já o modo d33 possui tanto a tensão quanto o campo elétrico na mesma direção, sendo muito utilizado em aplicações de tração e compressão.

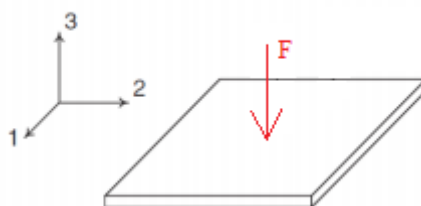


Figura 12: Modo de operação d33. Fonte: adaptado de Yang et al, (2018).

3.3 EFEITO DIRETO

Sabe-se que, quando um material sofre uma tensão axial (T) em um regime elástico, o material sofre uma deformação (S), linear constante, o que resulta em uma reta cuja inclinação é representada pelo módulo de Young (Y).

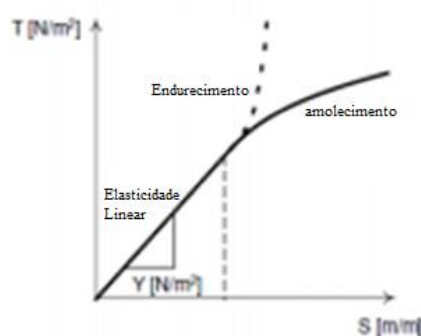


Figura 13: Relação entre Tensão e alongamento. Fonte: adaptado de Leo (2007).

Essa relação é mostrada pela equação:

$$S = \frac{1}{Y}T = sT \quad (2)$$

No entanto, essa equação não engloba totalmente os materiais Piezoelétricos. Quando se aplica uma tensão mecânica neste, surgem os dipolos elétricos e conseqüentemente um fluxo de cargas. Isso é, além de se alongar como no caso anterior, existe também um deslocamento elétrico (D) a ser considerado. Esse deslocamento tem relação também com a carga elétrica (q) e a área da superfície (A_p).

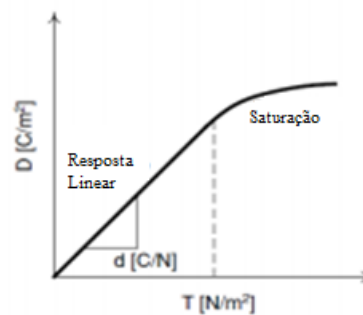


Figura 14: Relação entre Tensão e deslocamento elétrico. Fonte: adaptado de Leo (2007).

Desse modo, a equação constitutiva de materiais piezoelétricos para o efeito direto seria:

$$D = dT \quad (3)$$

Onde, nesse caso, o “ d ” é o coeficiente piezoelétrico de deformação (C/N), que define a amplitude do deslocamento elétrico em função da tensão mecânica, ou da deformação em função do campo elétrico (como será apresentado no efeito indireto a seguir).

3.4 EFEITO INVERSO

Como já exposto, o efeito piezoelétrico inverso é promovido pela deformação desse quando exposto a um campo elétrico. Ou seja, quando aplicado um potencial elétrico, por meio de eletrodos fixados nas diferentes extremidades do material, de modo a polarizar esse. Dessa forma, é feita a relação do campo elétrico gerado (E), com o deslocamento elétrico (D) e a constante de proporcionalidade é a permissividade elétrica (ϵ):

$$D = \epsilon E \quad (4)$$

Novamente, o efeito se mostra linear até a saturação de dipolos, próximo ao que ocorre no efeito direto.

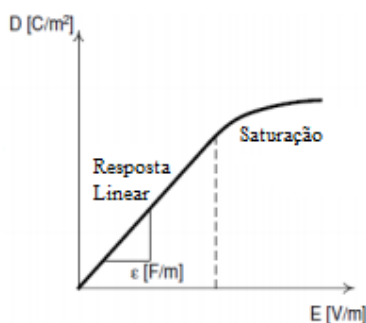


Figura 15: Relação entre Deslocamento elétrico e Campo Elétrico. Fonte: adaptado de Leo (2007).

Aplicando-se valores baixos de campo elétrico, veríamos uma linear e constante relação, dessa vez com a deformação mecânica (S).

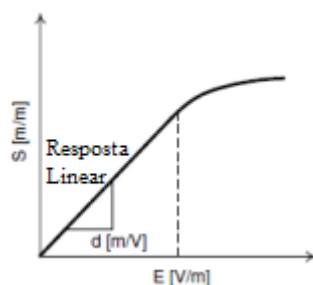


Figura 16: Relação entre Campo elétrico e alongamento. Fonte: adaptado de Leo (2007).

Onde usa-se novamente como constante o coeficiente piezelétrico.

$$S = dE \quad (5)$$

3.5 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Dessa forma, pode-se resumir as equações constitutivas no regime linear como a expressão matemática de duas variáveis mecânicas tensão (T) e deformação (S), e duas variáveis elétricas, campo elétrico (E) e deslocamento elétrico (D). -

De modo a resumir, pode-se escrever em forma de matriz as relações entre as variáveis e constantes que agem no efeito piezelétrico, também conhecidas como equações constitutivas:

$$\begin{Bmatrix} S \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s & d \\ d & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ E \end{Bmatrix} \quad (6)$$

4 MODELO MATEMÁTICO

A configuração proposta é baseada em uma viga tipo *cantilever* (viga de material convencional recoberta com uma camada de material piezolétrico, conforme mostrado na Figura 17). Quando as excitações mecânicas são aplicadas à estrutura, o *cantilever* vibrará, levando a uma curvatura que esticará e comprimirá a camada piezoelétrica colada em sua superfície. Como resultado, na superfície superior e a superfície inferior do filme piezoelétrico (eletrodos) irão reunir cargas elétricas de acordo com os princípios dos efeitos piezoelétricos, assim, a conversão de energia de vibração em energia elétrica pode ser realizada através de um circuito elétrico não representado na Figura 17. Nas proximidades da extremidade da viga estão batentes mecânicos posicionados a uma distância d_1 e d_2 da viga. Dependendo das condições de vibração, é possível que a viga impacte nos batentes resultando em um comportamento não linear.

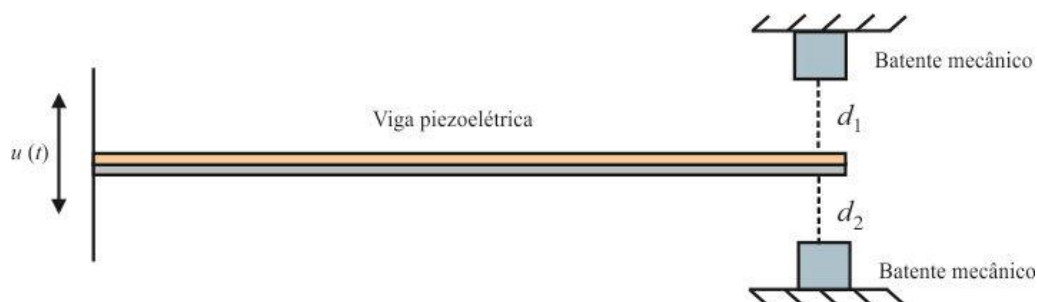


Figura 17: Proposta do dispositivo de geração de energia na presença de batentes mecânicos.

Com base da configuração do dispositivo de geração de energia (Figura 17), o modelo de parâmetros concentrados é construído conforme mostrado na Figura 18. O modelo matemático do sistema de colheita de energia consiste de um oscilador mecânico acoplado a um circuito elétrico através de um elemento piezoelétrico.

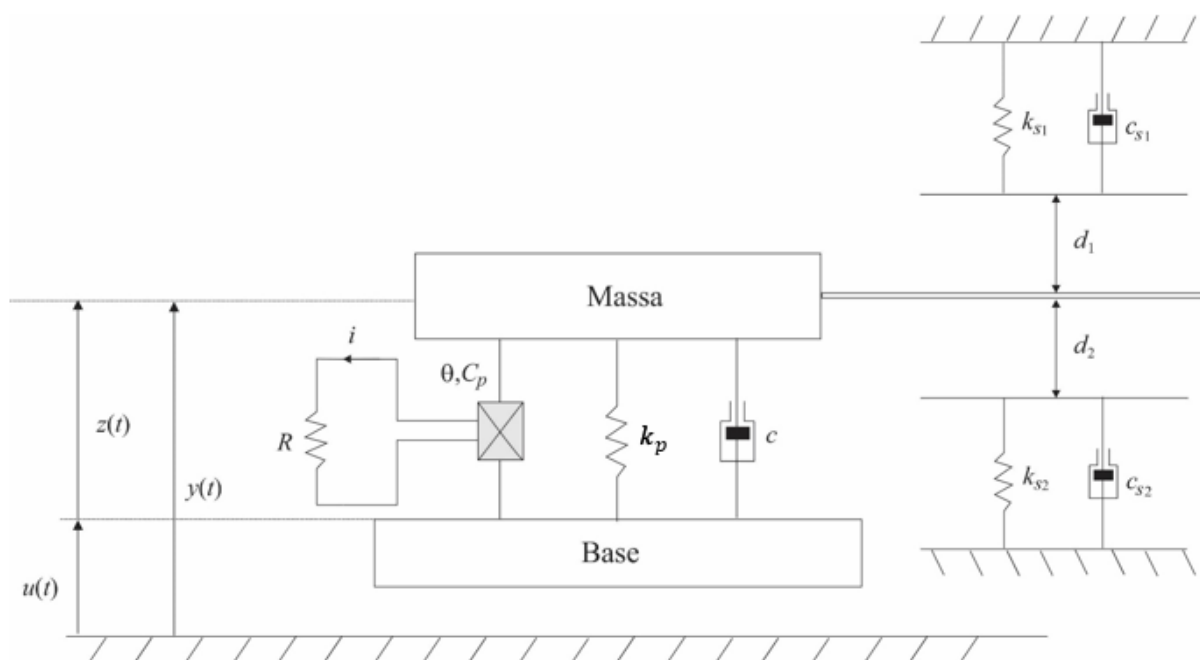


Figura 18: Modelo arquétipo do sistema para colheita de energia.

É possível observar que o sistema considera a massa m , com uma rigidez k além de um coeficiente de amortecimento c para o conjunto acoplado ao oscilador mecânico, que é o elemento piezoelétrico. Esse oscilador está sujeito à uma excitação de base, que é denominada de $u(t)$, o deslocamento da massa é designado por $y(t)$ e o deslocamento da massa em relação à base é dado por $z(t)$.

O acoplamento eletromecânico do material piezoelétrico é representado por θ , e sua capacitância C_p . O circuito elétrico é representado por um resistor elétrico R , onde pode-se observar a existência do da corrente elétrica, representada pela letra i , a partir disso, é possível obter resultados para a diferença de potencial elétrico, denominado de V .

Para a aplicação da não linearidade ao sistema, os batentes mecânicos foram representados por um sistema mola-amortecedor, onde estes possuem suas próprias rigidez e coeficientes de amortecimento. Para o batente superior a rigidez é k_{s1} e o coeficiente de amortecimento b_{s1} , já para o batente inferior, k_{s2} e b_{s2} para a rigidez e coeficiente de amortecimento, respectivamente.

Levam-se também em consideração as distâncias entre a massa e os elementos de batente, sendo estas representadas por d_1 e d_2 para os espaçamentos superior e inferior respectivamente.

A partir dos termos descritos acima, é possível descrever as equações diferenciais de movimento através destes, com ou sem impactos, além disso, é possível descrever a equação diferencial elétrica para circuitos RC de acordo com o material piezoelétrico. Considera-se um forçamento harmônico de base dado pela equação $\ddot{u} = \delta \sin(\omega t)$, onde δ é considerada a amplitude de aceleração da base.

As equações de movimento do sistema podem ser vistas a seguir:

$$m\ddot{z} + b\dot{z} + k_p z - \theta V = -m\ddot{u} \rightarrow \text{caso para não impacto} \quad (7)$$

$$m\ddot{z} + (c + c_{s1})\dot{z} + (k_p + k_{s1})z - \theta V = k_{s1}d_1 - m\ddot{u} \rightarrow \text{impacto quando } x > d_1 \quad (8)$$

$$m\ddot{z} + (c + c_{s2})\dot{z} + (k_p + k_{s2})z - \theta V = k_{s2}d_2 - m\ddot{u} \rightarrow \text{impacto quando } x < -d_2 \quad (9)$$

Sendo assim, a equação diferencial elétrica para as três possibilidades pode ser descrita de acordo com a equação abaixo:

$$\theta \dot{z} + C_p \dot{V} + \frac{1}{R} V = 0 \quad (10)$$

Sabe-se que a potência elétrica instantânea pode ser calculada através de $P = \frac{V^2}{R}$, além disso, as potências médias, tanto de entrada, que é a potência mecânica do sistema, quanto de saída, que é a potência elétrica do sistema, são definidas de acordo com a medida estatística do valor eficaz *root mean square*, ou RMS. Para sistemas não lineares, é recomendado o uso dessa medida devido a utilização de equações variáveis contínuas, além da possibilidade da ocorrência de comportamentos sem periodicidade. As equações para essas potências podem ser vistas abaixo:

$$P_{\text{entrada}} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t [(m\ddot{u})\dot{z}]^2 dt} \quad (11)$$

$$P_{\text{saída}} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t \left(\frac{V^2}{R}\right)^2 dt} \quad (12)$$

A partir das potências de entrada e de saída do conjunto, torna-se possível o cálculo da eficiência do sistema através da comparação dos valores obtidos para estas, através do seguinte equacionamento:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} \quad (13)$$

Foram considerados alguns parâmetros iniciais, demonstrados por Kim et al., (2010), para que fossem definidos valores iniciais constantes do material piezoelétrico, são esses:

- $m = 0,00878 \text{ kg}$
- $C_p = 4,194 \times 10^{-8} F$
- $R = 100 \times 10^3 \Omega$
- $c_s = 0,2198821 \frac{Ns}{m}$
- $k_p = 4150 \frac{N}{m}$
- $\theta = -004688 \text{ NV}^{-1}$
- $\delta = 2,5 \frac{m}{s^2}$

Para fins de simplificação do sistema, foi considerado que o valor da constante de amortecimento dos batentes será igual ao valor da constante de amortecimento da viga piezoelétrica. Foram realizadas simulações numéricas variando diferentes parâmetros para verificar o comportamento dinâmico do sistema. O deslocamento máximo, deslocamento médio a potência média de saída e a eficiência em função da frequência são analisados, assim como os espaços de fase. Para isto, foram adotados diferentes valores de rigidez de suporte em função do parâmetro adimensional $\beta = \frac{k_s}{k_p}$ e diferentes distâncias entre os batentes e a massa, d_1 e d_2 .

Através de todos os equacionamentos, simplificações e constantes, previamente citadas, é possível a realização de simulações numéricas para as três situações de interesse do trabalho, sendo estas, um modelo sem impacto, um outro apenas com um batente superior e por fim um último onde ocorre a ação de duas não linearidades, isto é, dois batentes, sendo um acima e outro abaixo da massa.

5 RESULTADOS OBTIDOS NUMERICAMENTE

As simulações exploraram diversos cenários, a fim de cobrir uma grande gama de possibilidades para que seja possível verificar qual o sistema que é mais eficiente dentre as condições inicialmente apresentadas

Para que seja possível obter os resultados numéricos, foi desenvolvida uma rotina matemática dentro do software “Force 2.0”, que utiliza a linguagem “Fortran”, onde implementou-se um algoritmo que utiliza do método de integração de Runge Kutta de quarta ordem, método esse bastante eficaz para análises numéricas de equações diferenciais. Um estudo inicial foi realizado para verificar a convergência do modelo, para isto os passos de integração utilizados são da ordem de 10^{-3} s, o tempo total da análise conta com 1000 períodos, sendo o tamanho do período dado por $\frac{2\pi}{\omega}$.

Foram realizadas varreduras harmônicas onde considerava-se uma frequência inicial ω partindo de $500 \frac{rad}{s}$ até $1300 \frac{rad}{s}$ para sistemas com apenas um batente, e um sistema com dois batentes, equidistantes, com espaçamentos de $50 \mu m$, diminuindo para um espaçamento de $30 \mu m$ foi utilizado uma varredura de frequência partindo de $500 \frac{rad}{s}$ e indo até $1700 \frac{rad}{s}$, e, por fim, para um espaçamento de $10 \mu m$ a frequência variava de $500 \frac{rad}{s}$ chegando a $4300 \frac{rad}{s}$. Em todas as análises, β foi variado de 1 a 200, é importante notar que o aumento até 200 não foge a realidade.

5.1 VALIDAÇÃO DOS FATORES NUMÉRICOS

Por se tratar de um trabalho inteiramente numérico, se fez necessária a validação do integrador utilizado para as análises dos resultados, neste caso, Runge Kutta de 4 ordem. Para isso, utilizou-se como base comparativa, um resultado já obtido anteriormente na literatura acerca do assunto. Esse estudo foi feito de modo a verificar a convergência do modelo utilizado nesse trabalho, em relação ao de Rodrigo Ai (2018), em seu trabalho “Análise numérico-experimental de um sistema não suave para geração de energia elétrica utilizando material piezelétrico”.

Para isso, foi comparado um caso de 200 de rigidez relativa, e espaçamento da viga para o batente de 50 microns, como visualizado na figura abaixo, que apresenta valores de deslocamento máximo, onde é possível observar que os valores tanto da curva em comparação, quanto a do modelo em questão nesse trabalho, coincidem, de modo a tornar o integrador válido.

É válido ressaltar também, que os valores referentes a 200 para rigidez relativa usados em toda análise de resultados, não destoam da realidade, uma vez que existem materiais piezoelétricos com constante de elasticidade superiores a 200 vezes o utilizado nesse trabalho.

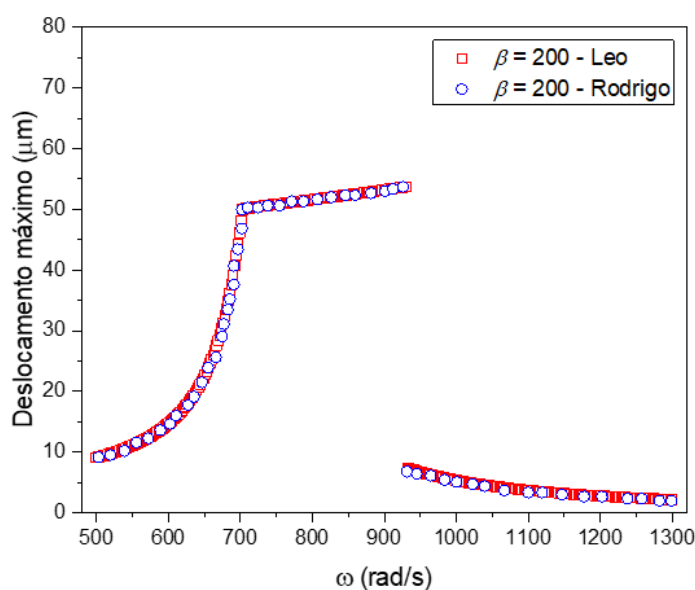


Figura 19: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um resultado obtido em literaturas anteriores com aquele obtido através da rotina numérica desenvolvida.

Na figura abaixo, são demonstrados resultados de deslocamento máximo obtidos para um caso sem batente e com mesma rigidez, onde o objetivo é se encontrar um valor de discretização ideal de pontos.

No caso de 50 e 100 pontos, pode-se observar que existem ainda saltos significativos entre os pontos, que poderiam vir a ser prejudiciais à análise, devido a existência de casos em que a varredura da frequência ser de uma ordem de grandeza de $500 \frac{rad}{s}$ até $4300 \frac{rad}{s}$, sendo assim, essas curvas ficariam com poucos pontos para a confiabilidade da análise. Já para o valor de 250 pontos, é possível notar uma melhora significativa, quanto a discretização da curva. No entanto, por serem feitas análises de casos com 2 batentes, onde serão varridas grandes faixas de frequência, definiu-se então a realização de todas as análises com 350 pontos, uma vez que, a rotina numérica desenvolvida aplicada ao modelo de 500 pontos exigiria um maior

processamento dos dados obtidos, ou seja, demandariam de um tempo consideravelmente maior.

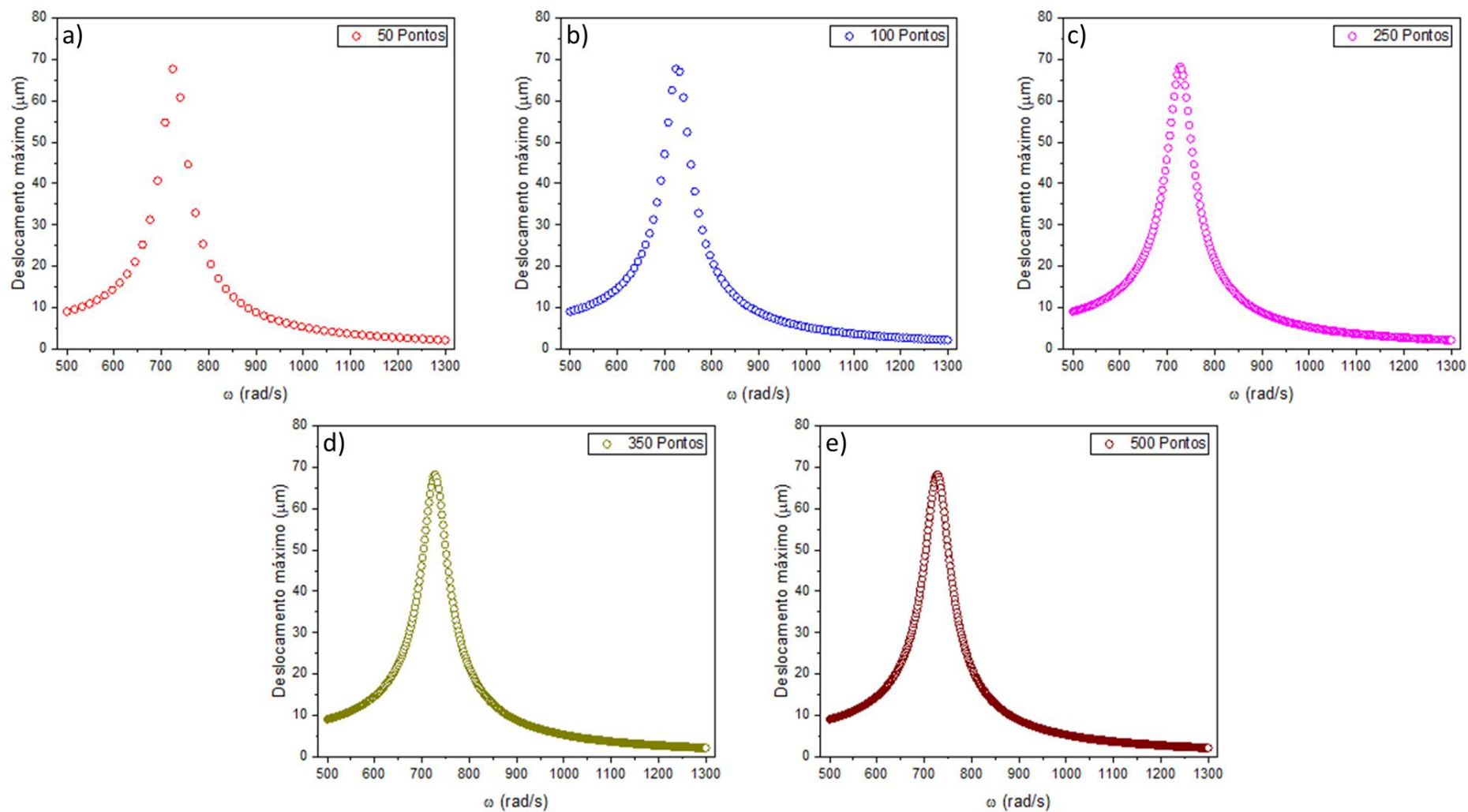


Figura 20: Deslocamento máximo x frequência de forçamento para um espaçamento de $70\mu\text{m}$. Comparação entre quantidade de pontos durante a varredura da faixa de frequência onde: a) 50 pontos, b) 100 pontos, c) 250 pontos, d) 350 pontos, e) 500 pontos.

5.2 SISTEMAS COM ESPAÇAMENTO DE $50 \mu m$

A Figura 21 representa os valores obtidos para o deslocamento máximo em função da frequência. Na Figura 21(a) são mostrados resultados para diferentes valores de β para um batente mecânico superior com $d_1 = 50 \mu m$ e na Figura 21(b) são mostrados resultados para diferentes valores de β para dois batentes mecânicos ($d_1 = |d_2| = 50 \mu m$). Em ambas as figuras, apresenta-se o caso sem impactos com espaçamento de no mínimo $70 \mu m$, esse é o único caso em que o sistema se comporta como um sistema linear durante toda a análise, as curvas pretas representam o comportamento dessa condição específica.

Para um batente, foi possível perceber que a faixa de ressonância da viga aumentava de forma considerável à medida que a rigidez relativa “ β ” também aumentava, isso é, a largura da banda aumentou gradativamente conforme o aumento da rigidez, ao contrário do que ocorreu com a amplitude de deslocamento máxima, que reduziu conforme o aumento da rigidez. É válido ressaltar, no entanto, que ao se buscar maiores eficiências, a maior faixa de frequência onde o deslocamento é observado de forma relevante e constante tende a ser mais significativa que valores de amplitude de deslocamento maiores em menor faixa de frequência, onde sob essa ótica, os resultados apresentam interessantes perspectivas. Ao ser incluída uma segunda não linearidade (Figura 21(b)), para valores baixos da rigidez relativa “ β ”, até 10, essa faixa de ressonância aumentava ainda mais, entretanto, conforme esse valor de rigidez crescia, o sistema não manteve seu padrão, voltando a apresentar o comportamento similar com o caso linear (dispositivo banda estreita), porém vê-se irregularidades no comportamento entre 700 a $800 \frac{rad}{s}$.

Para ambos os sistemas não lineares, no momento em que ocorre o salto dinâmico, o seu valor de deslocamento máximo passa a se comportar de forma idêntica ao sistema linear.

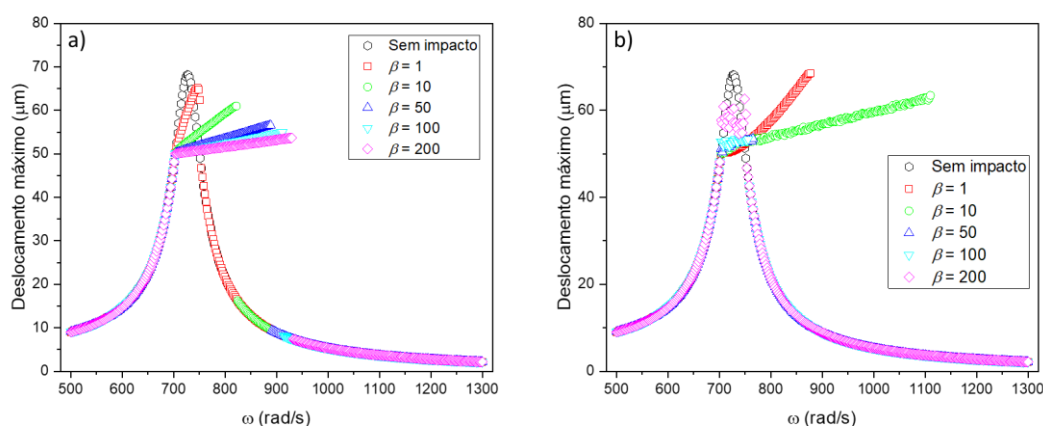


Figura 21: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 50µm para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

A Figura 22 apresenta um resultado de uma situação semelhante a anteriormente debatida com relação à deslocamento, porém o deslocamento considerado desta vez é o médio, obtido a partir da metodologia RMS, do inglês “*Root Mean Square*”, em que os valores apresentados para deslocamento passam a demonstrar um comportamento mais realista desse deslocamento.

Para esta situação o comportamento das curvas também permite que seja tomadas significativas perspectivas que tendem a tornar o sistema mais propício à uma melhor colheita de energia. Ao ser observado os deslocamentos máximos, observa-se que esses apresentaram novamente a presença de saltos dinâmicos, tanto para um quanto para dois batentes. Além disso, o movimento sem ser possível que se observe um padrão, presente para maiores valores de rigidez relativa quando utilizado os dois batentes se manteve. É possível perceber também que a curva se comporta de forma mais inclinada para todos os casos, onde existe apenas um batente e em seguida, assumem valores menores após o salto dinâmico. Enquanto isso, para dois batentes, quando a rigidez relativa assume os valores de 1, 10 ou 50, as curvas assumem um comportamento onde estas passam a ser menos inclinadas que aquela que representa o seu deslocamento máximo apresentando um significativo aumento da largura da banda de frequência, principalmente para o caso de rigidez relativa de 10. Já para os valores de 100 e 200 as curvas passam a apresentar um salto dinâmico ao entrar na faixa de ressonância, seguido de um comportamento aleatório nessa faixa e uma leve subida repentina, antes dos valores decaírem da mesma forma que os outros valores de rigidez relativa, apresentando, portanto,

então uma curva com baixos picos, e bandas estreitas, indicando um cenário menos favorável à colheita de energia.

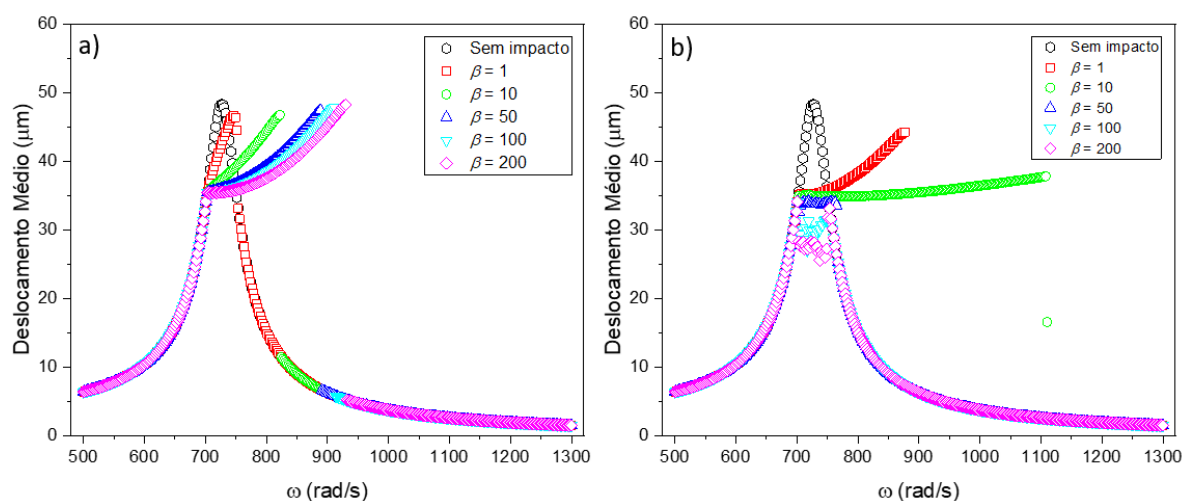


Figura 22: Deslocamento médio x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de $50\mu m$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

A Figura 23 ilustra os espaços de fase para um sistema de um batente com um espaçamento de $50\mu m$. Para efeitos comparativos, nesses três casos foi incluída uma curva para representar o sistema linear, sem impactos.

É apresentada também a seção de Poincaré juntamente aos espaços de fase, para que seja possível identificar que o sistema é periódico, e de período um para todos os casos com apenas um batente. Outro ponto importante de se destacar, é que para a confecção dos gráficos em questão, foram utilizadas frequências “ ω ” onde seus deslocamentos eram máximos, pois nessa frequência é possível notar a deformação no espaço de fase quando a viga piezoelétrica entra em contato com o batente. Para todas as variações de rigidez relativa, é possível perceber que quanto menor for a mesma, menor a deformação que o espaço de fase sofre, aumentando assim gradativamente com o aumento de β .

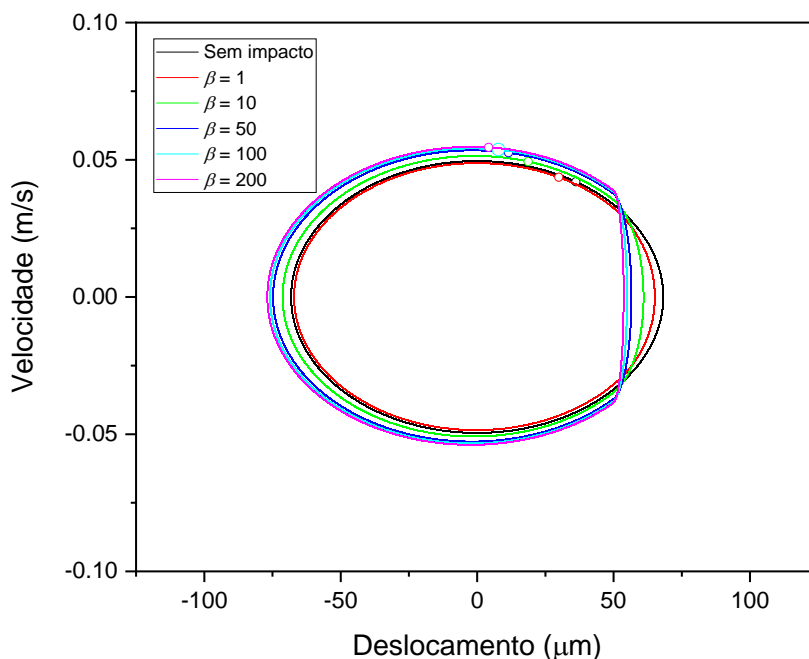


Figura 23: Espaços de fase e seções de Poincaré. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear com um batente para diferentes valores de β considerando um espaçamento de $50\mu\text{m}$.

A Figura 24 aborda também acerca de espaços de fase e seções de Poincaré, porém para os casos onde se inclui a presença de um segundo batente. Para estes casos, é possível notar que os sistemas possuem comportamentos distintos. É possível ver o comportamento periódico para $\beta=1$ e conforme β aumenta o sistema é levado a um comportamento que aparenta ser caótico. Assim como anteriormente, utilizou-se a frequência onde o deslocamento era máximo para produzir os espaços de fase.

Outro ponto significativo é que o segundo batente, apesar de apresentar a mesma rigidez relativa do batente superior, os espaços de fase não apresentam simetria em relação ao zero de deslocamento mesmo para valores baixos de β .

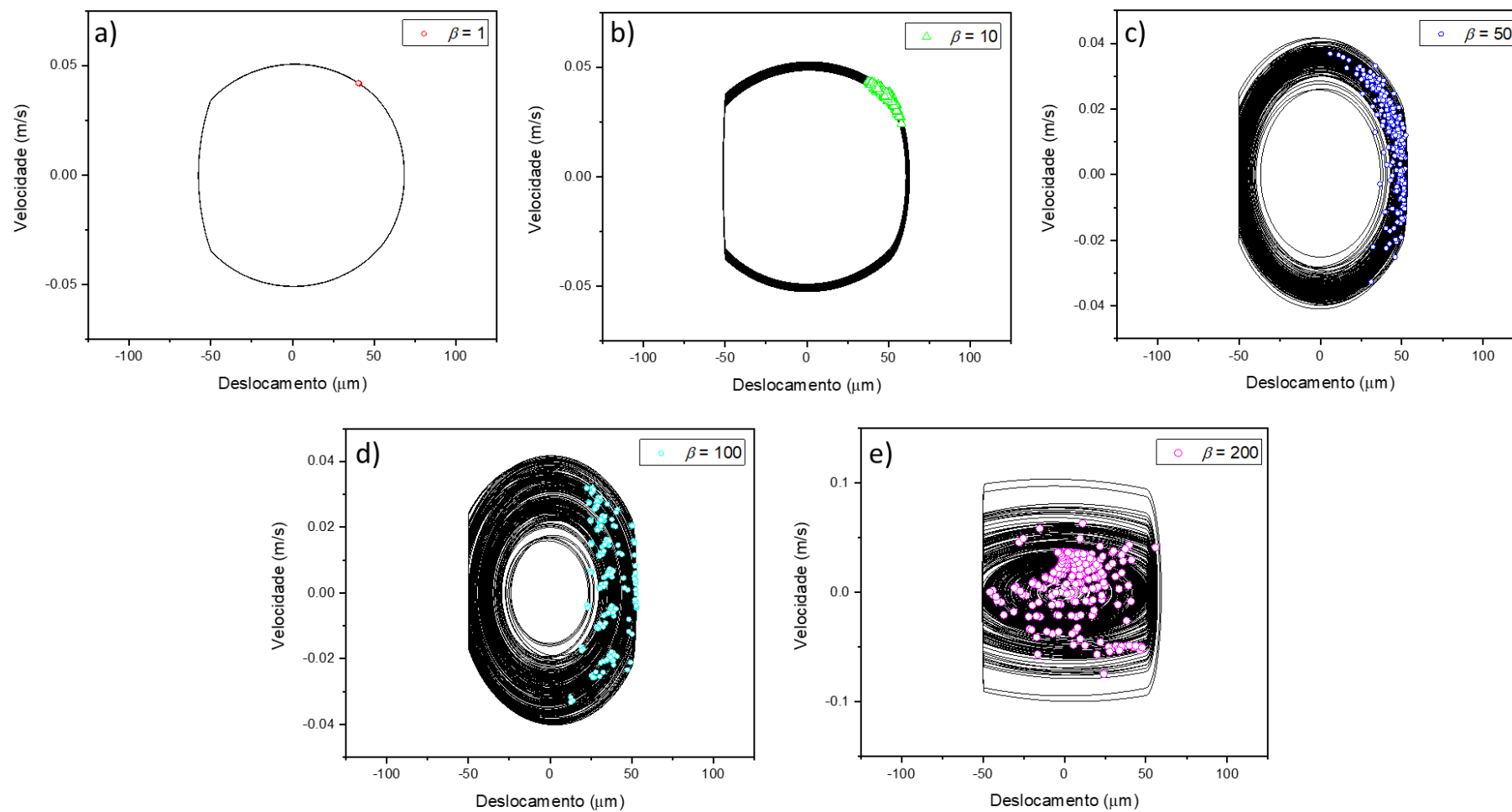


Figura 24: Espaços de fase e seções de Poincaré para um espaçamento de $50\mu\text{m}$. Sistema não linear com dois batentes para diferentes valores de β onde: a) $\beta = 1$, b) $\beta = 10$, c) $\beta = 50$, d) $\beta = 100$, e) $\beta = 200$.

Já entrando no âmbito da análise de colheita de energia propriamente dita, a Figura 25 aborda a potência de saída para os sistemas de um e de dois batentes para espaçamentos de $50 \mu m$.

É possível notar que o comportamento dessas curvas se assemelha bastante as curvas de deslocamentos médios e máximos, apresentando a ocorrência novamente de saltos dinâmicos. Torna-se perceptível também, que a curva que apresenta maior potência de saída é aquela sem a presença de não linearidades, isto é, um sistema livre e sem impactos. Em contrapartida, a presença de não linearidades no sistema aumenta a faixa útil para a potência, quando se inclui um batente, a rigidez relativa que apresenta a maior largura de banda é quando β assume o valor de 200, enquanto para dois batentes é para o valor de 10.

Outro ponto notável destaque é que para altos valores de rigidez relativa quando existem dois batentes é que a potência gerada sofre um decréscimo a partir do momento que a viga piezoelétrica passa a entrar em contato com os batentes.

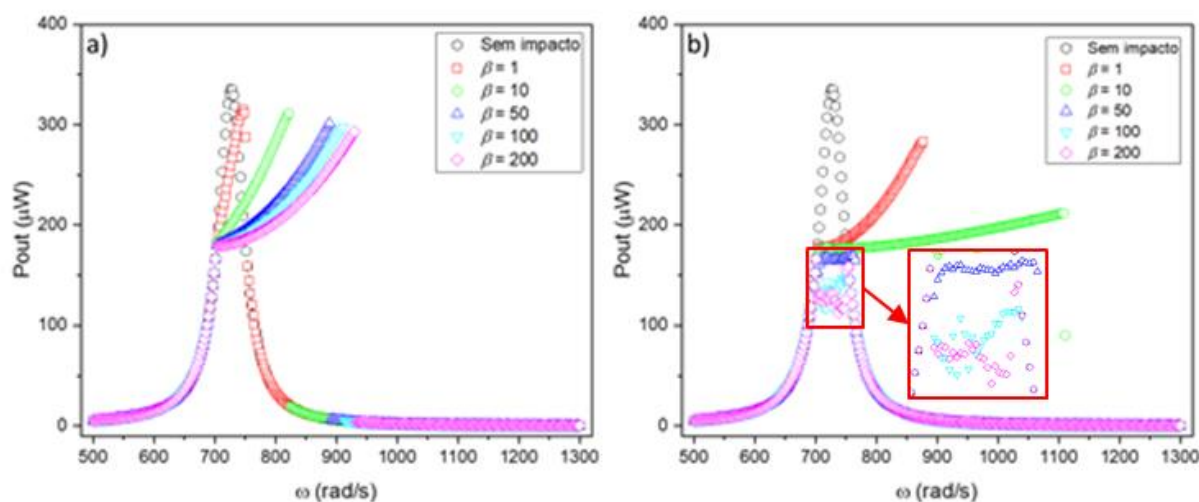


Figura 25: Frequência de forçamento x Potência de saída. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de $50 \mu m$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

A fim de acrescentar mais pontos de análises, foram desenvolvidos gráficos também para o rendimento dos sistemas que estão sendo analisados, um sistema livre de impactos, um sistema com uma não linearidade, um batente, e um sistema com duas não linearidades, os dois batentes em conjunto, presente na Figura 26.

Assim como para a potência de saída, a amplitude do rendimento diminui conforme os distanciamentos para os batentes são reduzidos.

Para um espaçamento de $50 \mu m$ e um batente, com exceção à quando β é igual a 1, todas as curvas passam a assumir um comportamento inverso ao da potência de saída, visto que as mesmas diminuem conforme o aumento da frequência, no intervalo de 700 até $900 \frac{rad}{s}$, exceto quando $\beta = 10$, neste caso o intervalo vai de 700 até pouco mais de $800 \frac{rad}{s}$, enquanto para o caso citado ocorre um leve aumento antes da queda de rendimento conforme a frequência se eleva. Já para dois batentes, ocorre uma queda na curva para todos os valores de rigidez relativa, enquanto para os valores maiores, é possível notar uma grande queda no rendimento na mesma faixa de frequência onde o deslocamento máximo assume um comportamento aleatório e a sua seção de Poincaré indica a existência de caos. É importante notar que esta é uma região de extrema complexidade, que demanda um vasto estudo para o completo entendimento da mesma.

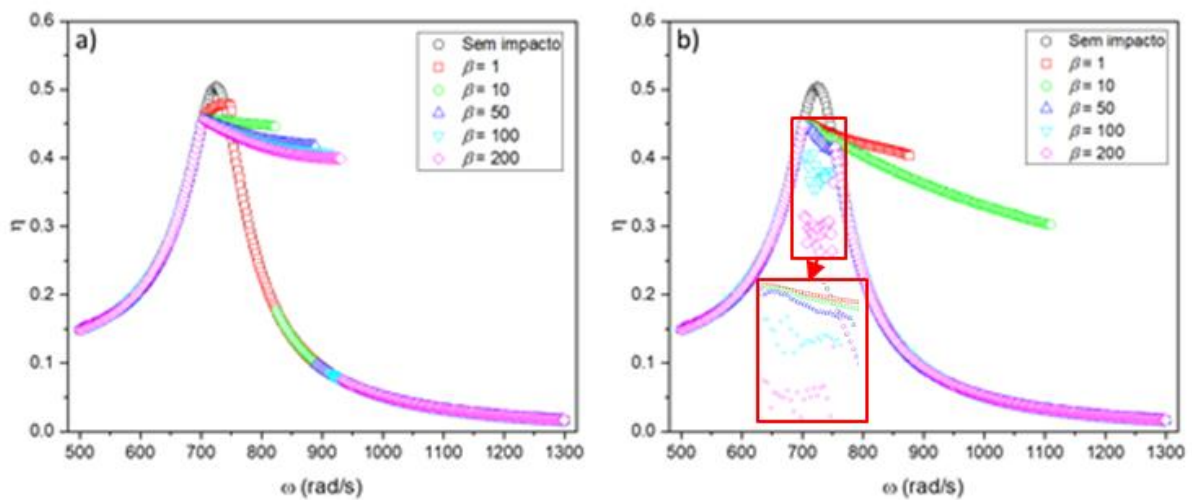


Figura 26: Frequência de forçamento x Rendimento (η). Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de $50\mu m$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

5.3 SISTEMAS COM ESPAÇAMENTO DE $30 \mu m$

A Figura 27 apresenta os resultados de deslocamento máximo para o espaçamento de $30 \mu m$ entre batentes e massa, de um sistema de forçamento harmônico onde os resultados obtidos são apresentados em gráficos de um e dois batentes, onde variou-se o valor de rigidez “ β ” em busca de curvas que, em função do aumento da frequência, podem indicar faixas e amplitudes favoráveis a maior eficiência do sistema por meio da não linearidade gerada pelos batentes, apresentando também os saltos dinâmicos nesses casos.

Nota-se um padrão claro nas curvas referentes ao sistema com um batente. Conforme a rigidez foi elevada, o sistema reduziu em amplitude de deslocamento máximo, e sob o ponto de vista da largura da banda, isso é, a faixa de ressonância, observou-se que conforme o aumento da rigidez, a curva sofreu um “achatamento” aumentando de forma considerável a largura de sua banda, o que sob o ponto de vista de perspectivas quanto a eficiência do sistema, tende a ser positivo. No entanto, devido as curvas de $\beta = 10$ à $\beta = 200$ possuírem larguras consideráveis e amplitudes próximas, é possível se tomar perspectivas positivas acerca do espaçamento escolhido.

Ao se inserir o segundo batente, observa-se a redução da largura da banda das curvas, assim como o fato de que essas curvas perdem o padrão conforme é aumentada a rigidez. No entanto, é notável o resultado da rigidez referente à $\beta = 10$, que apresenta larga banda de frequência de interesse e amplitude de deslocamento máximo.

Comparando com o caso apresentado na Figura 21, da seção 5.2, que de modo semelhante, porém com um espaçamento maior, obteve curvas de deslocamento máximo, é possível perceber que a faixa de ressonância se estende em todos os casos de valores de rigidez relativa “ β ” quando se apresenta apenas uma não linearidade no sistema.

Incluindo um segundo batente no conjunto, é possível notar que quando “ β ” assume o valor de 1, de 10 ou de 50, essa faixa se estende, quando comparado com o caso de espaçamento igual a $50 \mu m$, esse último ainda apresenta um alongamento de faixa pequeno, mas existente. Entretanto, quando o espaçamento passa a ser de $10 \mu m$, caso tratado na seção 5.4, comparando à esses mesmos três valores de rigidez relativa “ β ”, quando o valor passa a ser 50, esta passa a ser a rigidez que apresenta a maior faixa de operação, enquanto pros outros dois casos anteriores esse fenômeno ocorria para um valor de 10.

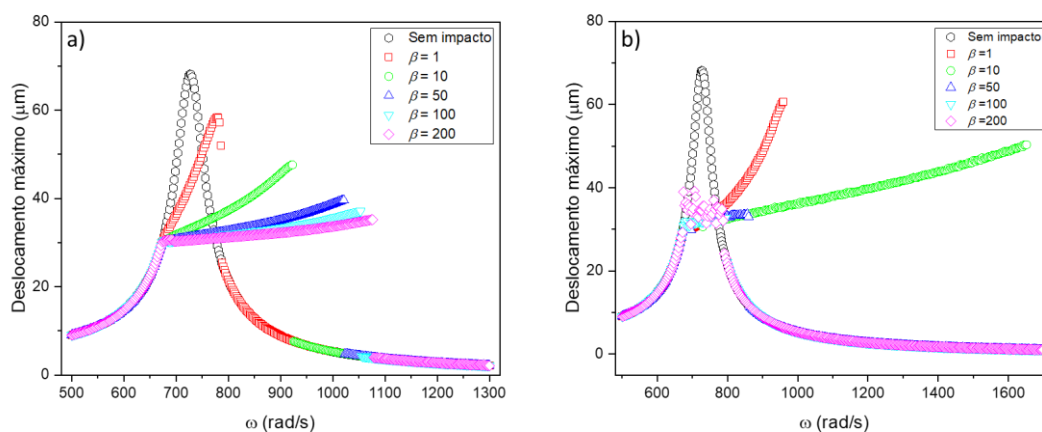


Figura 27: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 30µm para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

A Figura 28 apresenta também apresenta resultados de deslocamento, porém o deslocamento considerado desta vez é o médio, também da metodologia RMS, do inglês “*Root Mean Square*”, em que os valores apresentados para deslocamento passam a demonstrar um comportamento mais realista desse deslocamento.

Para esta situação o comportamento das curvas demonstra resultados significativos. Os resultados para um batente mostram significativas mudanças nos comportamentos das curvas em relação aos máximos. Nota-se claramente o aumento não só da largura da faixa de interesse de frequências considerável, como também o aumento da amplitude em relação ao deslocamento máximo, até esse ser interrompido pelos saltos dinâmicos.

Ao ser introduzido o segundo batente ao sistema, percebe que ao contrário dos valores de deslocamento máximos e médios para um batente, os resultados para dois batentes se tornaram de certa forma, semelhantes. As perdas de padrão das curvas, citadas nos deslocamentos máximos conforme o aumento da rigidez relativa se manteve, assim como o notório desempenho do caso para rigidez de 10 que no entanto, não se aproxima em amplitude de deslocamento aos valores de um batente, que visualmente obtém resultados mais promissores.

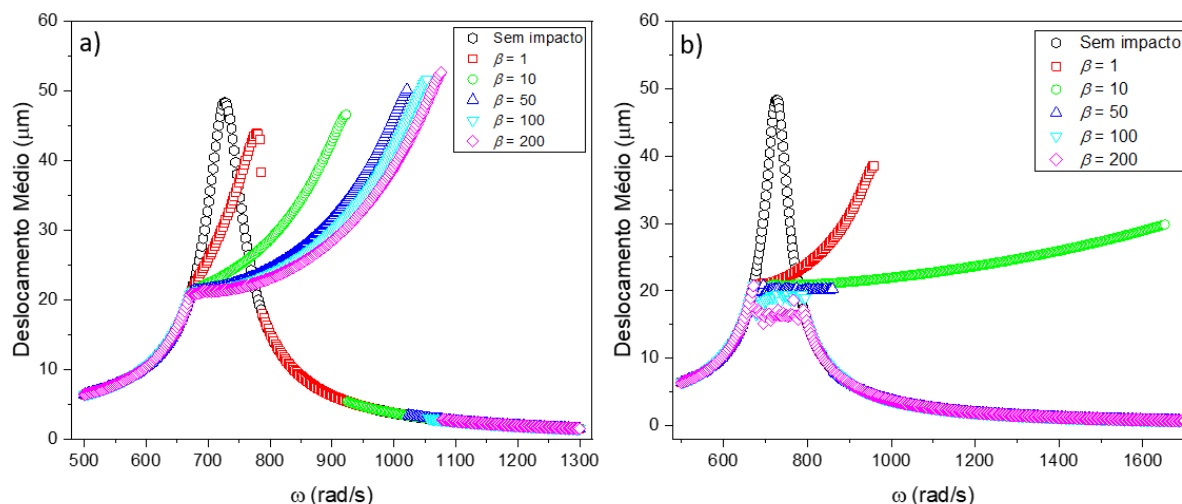


Figura 28: Deslocamento médio x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de $30\mu\text{m}$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

A Figura 29 ilustra os espaços de fase para um sistema de um batente com um espaçamento de $30\ \mu\text{m}$, onde foi incluída uma curva para representar o sistema linear sem impactos, para efeitos comparativos.

As seções de Poincaré podem ser visualizadas, onde é importante ressaltar que as frequências utilizadas foram as que o deslocamento era máximo, uma vez que é possível nessa faixa, observar a significativa deformação no espaço de fase para o contato entre batente e viga. A deformação é elevada conforme o aumento gradativo da rigidez relativa. A partir do espaço de fase, é possível determinar a periodicidade de um sistema, portanto, para um batente e um espaçamento de $30\ \mu\text{m}$, quando a análise é realizada para frequências onde o deslocamento é máximo, o comportamento é periódico, de período um.

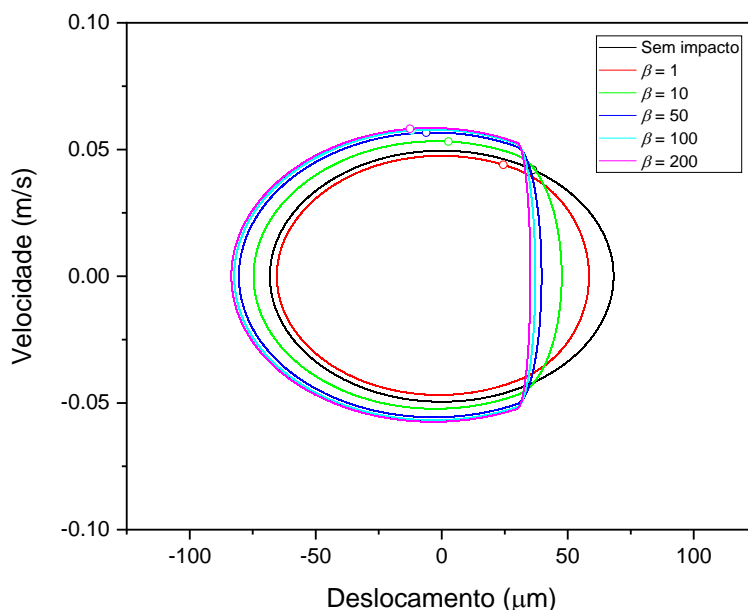


Figura 29: Espaços de fase e seções de Poincaré. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear com um batente para diferentes valores de β considerando um espaçamento de $30\mu\text{m}$.

Na figura 30, é adicionado o segundo batente aos resultados de espaços de fase e seções de Poincaré. Dessa forma, é possível se observar que todos os sistemas aparentam apresentar caos. Esses resultados também demonstram a redução da amplitude de deslocamento, onde percebe-se que o achatamento causado para o contato de um batente com a viga, também se faz presente para o caso com dois batentes, porém, com os achatamentos ocorrendo em ambos os lados do gráfico. Esses achatamentos também variam conforme a rigidez, onde valores de menor rigidez, apresentam significativamente menos achatamento que valores de alta rigidez.

Assim como anteriormente, utilizou-se a frequência onde o deslocamento era máximo para produzir os espaços de fase.

Outro ponto importante de se destacar é que o segundo batente, nos casos de menores valores de rigidez, mostram achatamentos não simétricos nas curvas analisadas, expondo que um dos batentes pouco se comprime. Contudo, com o aumento dos valores de rigidez, os achatamentos vão se tornando cada vez mais simétricos.

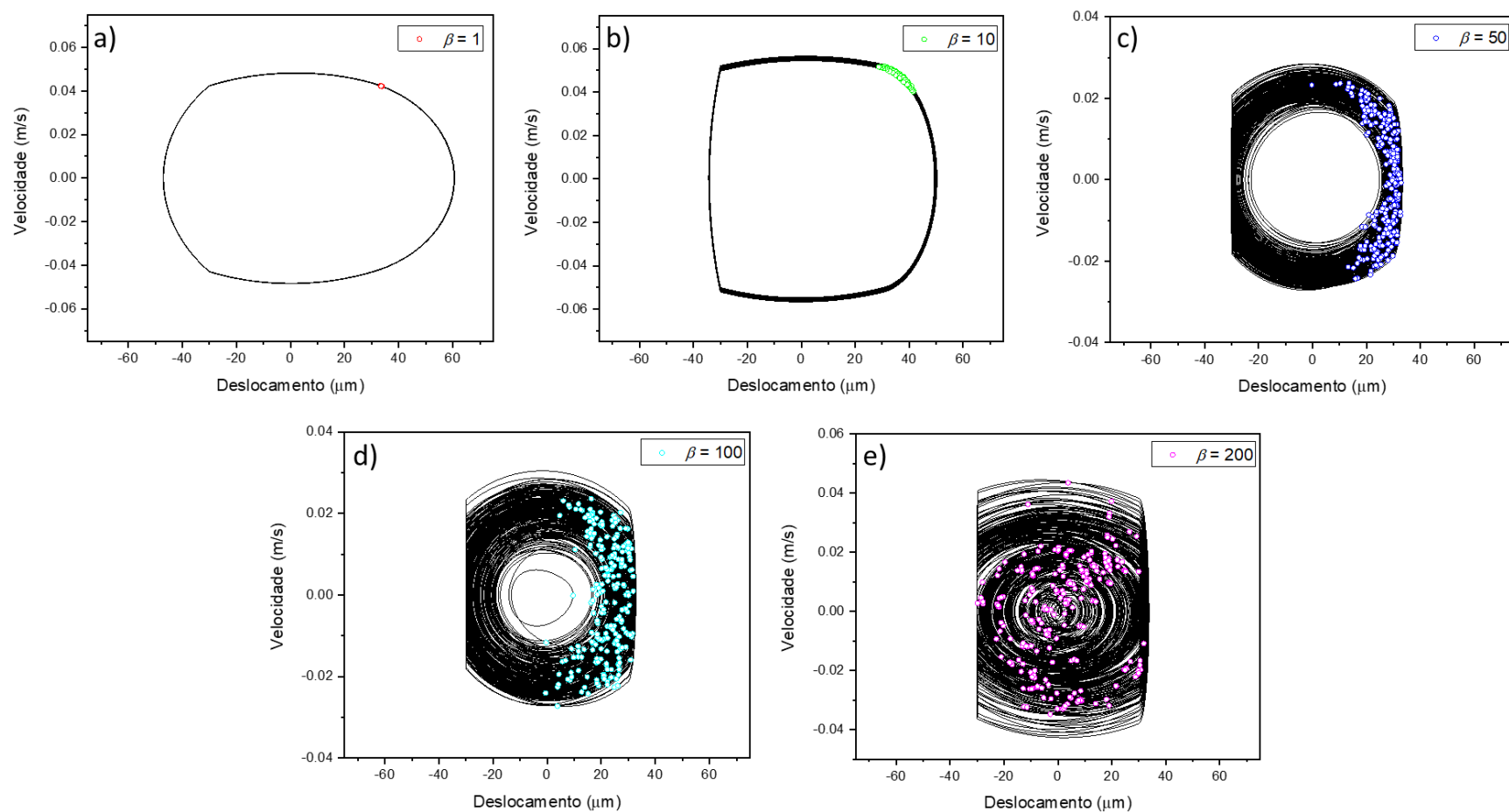


Figura 30: Espaços de fase e seções de Poincaré para um espaçamento de $30\mu\text{m}$. Sistema não linear com dois batentes para diferentes valores de β onde: a) $\beta = 1$, b) $\beta = 10$, c) $\beta = 50$, d) $\beta = 100$, e) $\beta = 200$.

A figura 31 ilustra os resultados obtidos para potência de saída para sistemas de um e de dois batentes onde o espaçamento é de $30 \mu m$.

A potência de saída tende a ser um indicativo ainda mais objetivo dos efeitos que as variações de parâmetros geram ao sistema. Torna-se perceptível também, que a curva que apresenta maior amplitude em potência de saída é aquela sem a presença de não linearidades, isto é, um sistema livre e sem impactos, que foi inserida para fins de comparação, uma vez que o foco do estudo é a inserção de não linearidades para aumento da faixa útil de potência. Para um batente e espaçamento de $30 \mu m$, as curvas se comportam de modo que possuem amplitudes de potência de saída próximas umas as outras. No entanto, varia de forma mais significativas as larguras de bandas, que apresentam resultados que permitem tendências positivas para a maior eficiência do sistema ao se aumentar a rigidez.

Já para a inclusão de um segundo batente, nota-se a não formação de um padrão de curva, quando a rigidez é aumentada, assim como a menor largura de banda. Para o valor de rigidez relativa β , sendo 10, no entanto, alcance uma das maiores faixas úteis para o espaçamento em questão, mesmo que a amplitude de potências seja inferior aos resultados obtidos para um batente.

Essas curvas se comportam de maneira semelhante aos casos em que o espaçamento é de $50 \mu m$, onde a maior diferença quando se comparam os três casos é que para espaçamentos menores a potência de saída diminui gradativamente, para ambos os casos, apesar de se manter a grande faixa útil, semelhante a faixa de ressonância dos deslocamentos, percebe-se que, para dois batentes, quando β assume seus maiores valores, 100 e 200, o espaçamento de $30 \mu m$ o fenômeno da redução da potência de saída na faixa de ressonância se mantém.

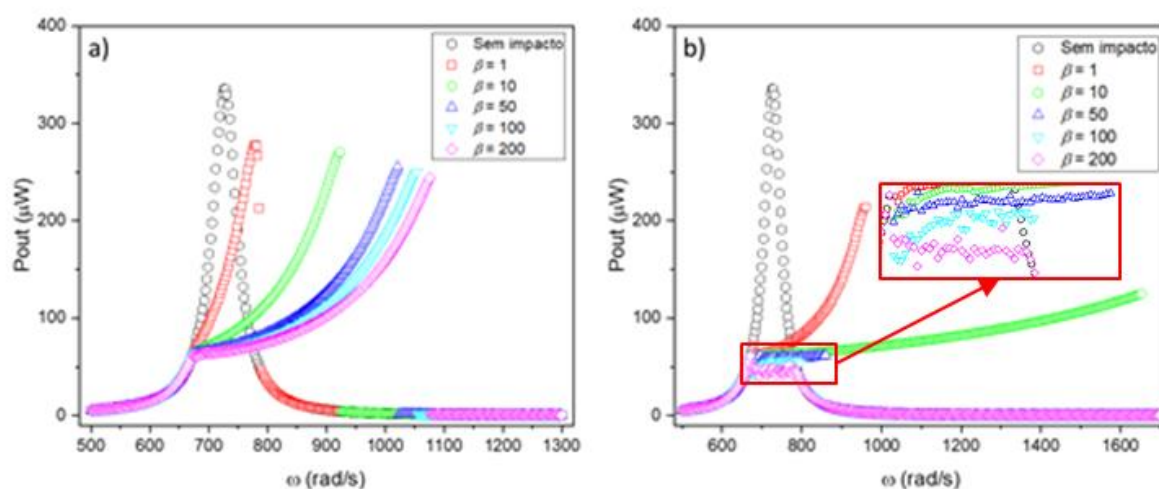


Figura 31: Frequência de forçamento x Potência de saída. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de $30\mu\text{m}$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

A fim de acrescentar mais pontos de análises, foram desenvolvidos gráficos também para o rendimento dos dois que estão sendo analisados, um sistema livre de impactos por fins de comparação, um sistema com uma não linearidade, o batente, e um sistema com duas não linearidades, os dois batentes, presente na figura 32.

Assim como para a potência de saída, a amplitude do rendimento diminui conforme os distanciamentos para os batentes são reduzidos.

Já para os distanciamentos de $30\mu\text{m}$ para um batente, o comportamento para β igual a 1 se mantém, porém de forma mais acentuada, ocorrendo aumentos de maior grandeza para o rendimento, comparado ao presente para a frequência de primeiro contato com o batente, porém, para os outros valores de β o rendimento passa a sofrer uma pequena queda para as menores frequências de impacto, e posteriormente ocorre um aumento desse rendimento. Já para dois batentes, funciona de forma bem semelhante ao espaçamento de $50\mu\text{m}$ para a maioria dos casos, quando β assume o valor de 1, assim como para um batente, passa a ocorrer uma queda e depois um aumento. Sua amplitude de rendimento é naturalmente menor conforme os espaçamentos são reduzidos, entretanto, quando β é igual a 50 e considera-se o menor espaçamento, o rendimento perdura para uma grande faixa de frequência, fenômeno esse que não ocorria para os outros dois valores, $50\mu\text{m}$ e $30\mu\text{m}$.

Observa-se também que o rendimento, para o caso com um batente, possui valores próximos de amplitude de rendimento, com leves diminuições conforme é reduzida essa

amplitude. No entanto, aumenta-se a faixa útil com esses aumentos de rigidez, e portanto, muitas das curvas de rendimento possuem resultados significantes. Para dois batentes, no entanto, onde à baixos valores de rendimento e tendência de diminuição, quando comparados aos resultados de um batente, destaca-se a grande faixa de interesse no caso de rigidez 10, a maior para o espaçamento de $30 \mu m$, apesar de valores de rendimento menores. Assim como no caso de espaçamento igual à $50 \mu m$, também pode-se notar um comportamento extremamente semelhante para um espaçamento de $30 \mu m$ onde o mesmo também apresenta a mesma queda no rendimento para a faixa de frequência onde o deslocamento máximo.

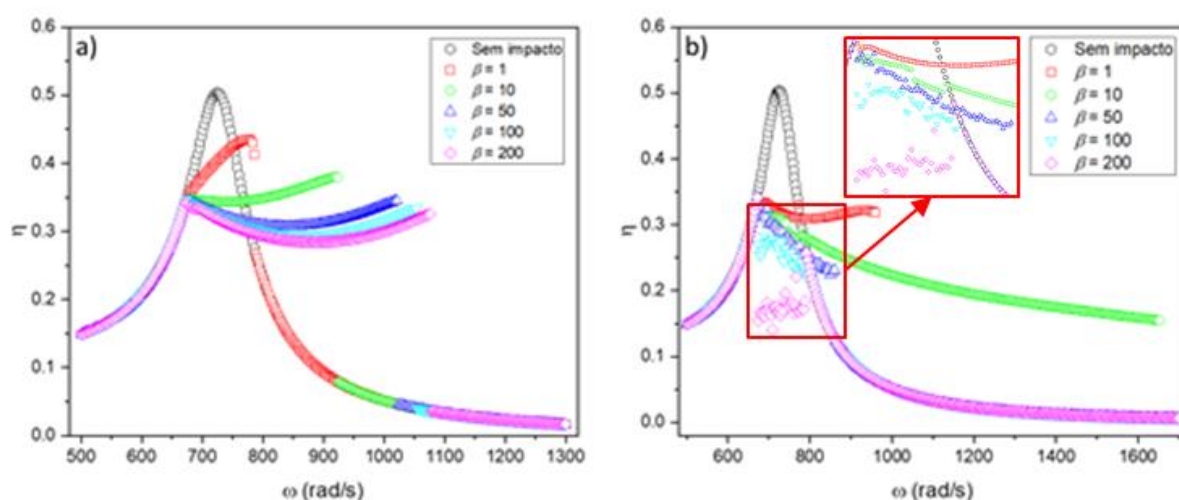


Figura 32: Frequência de forçamento x Rendimento (η). Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de $30 \mu m$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

5.4 SISTEMAS COM ESPAÇAMENTO DE $10 \mu m$

A figura 33 apresenta os resultados de deslocamento máximo para o menor espaçamento entre os analisados, de $10 \mu m$ entre batentes e vigas, de um sistema de forçamento harmônico onde os resultados obtidos são apresentados em gráficos de um e dois batentes, onde variou-se o valor de rigidez “ β ” em busca de curvas que, em função do aumento da frequência, podem indicar faixas e amplitudes de deslocamento máximo favoráveis a maior eficiência do sistema por meio da não linearidade gerada pelos batentes, apresentando também os saltos dinâmicos nesses casos.

Percebe-se ao notar as curvas de resultados de deslocamentos máximos referentes ao caso de apenas um batente, onde foi inserida uma curva sem impacto para fins de comparação,

que existe um aumento significativo da faixa de interesse conforme o aumento da rigidez, devido a introdução da não linearidade. No entanto, existe pouca amplitude de deslocamento máximo, onde houve redução dos picos conforme o aumento de rigidez.

Para o caso de dois batentes, essa tendência se manteve, conforme o aumento da rigidez, os picos de amplitude para deslocamento máximo reduziram. Valores de rigidez " β " de 1 e 10, apresentam amplitudes de pico de deslocamento semelhantes ao caso para um batente. No entanto, enquanto o caso de rigidez relativa 10 se manteve semelhante ao caso de um batente, o caso de 1 reduziu sua largura de banda. Destaca-se, no entanto, o valor de rigidez de 50, que apesar de em pico de amplitude de deslocamento máximo ter ficado bem abaixo de casos com menor rigidez, aumentou de modo notável sua largura de banda.

Comparando com o caso apresentado na Figura 21, na seção 5.2, para espaçamento de $50 \mu m$, o sistema com espaçamento de $10 \mu m$ obteve resultados significativamente inferiores em amplitude dos picos de deslocamento máximo, em ambos os casos de um a dois batentes. Em relação ao caso da Figura 27, na seção 5.3, também observa-se uma redução, mesmo que menor, dos picos de amplitudes dos deslocamentos máximos.

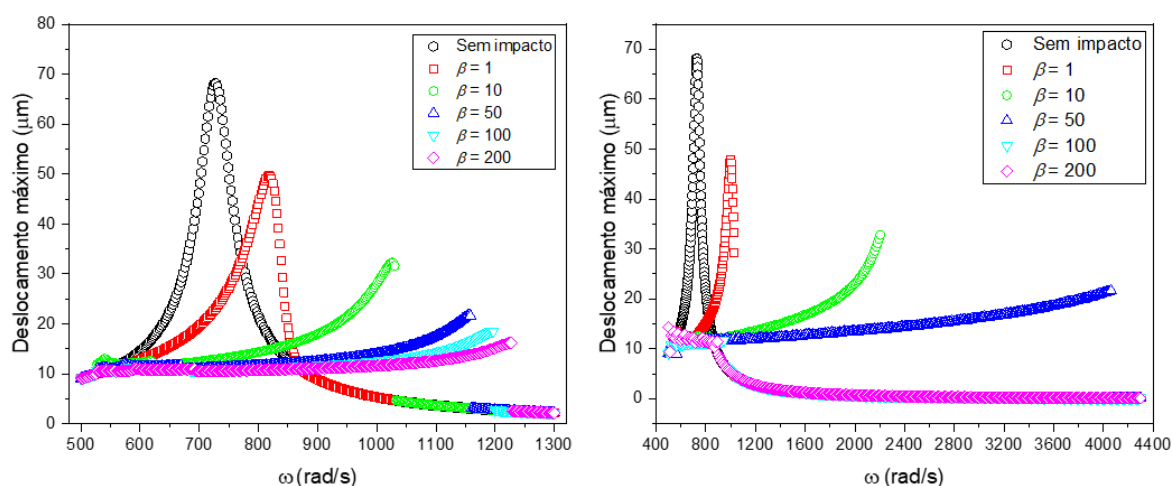


Figura 33: Deslocamento máximo x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de $10 \mu m$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

Na figura 34, é possível observar os resultados de deslocamentos médios, onde também usou-se a metodologia RMS, onde busca-se valores de deslocamento mais próximos a realidade, uma vez que os valores máximos podem não ocorrer com constância.

No caso em questão, se nota que, diferentemente do caso anterior com um batente para deslocamentos máximos, as curvas tenderam a valores de amplitude de deslocamento superiores. Sua faixa útil, também apresenta uma ampliação. Tanto a amplitude de deslocamento médio quanto a ampliação da faixa útil de frequência, ocorreram conforme o aumento da rigidez.

Para o caso de dois batentes, no entanto, o caso foi muito semelhante aos deslocamentos máximos, com baixas amplitudes de deslocamento médio, e a rigidez relativa de 10 e 50 apresentando maior faixa útil. Onde ao contrário do caso para um batente, conforme o aumento de rigidez ocorre, diminui as amplitudes de deslocamento médio.

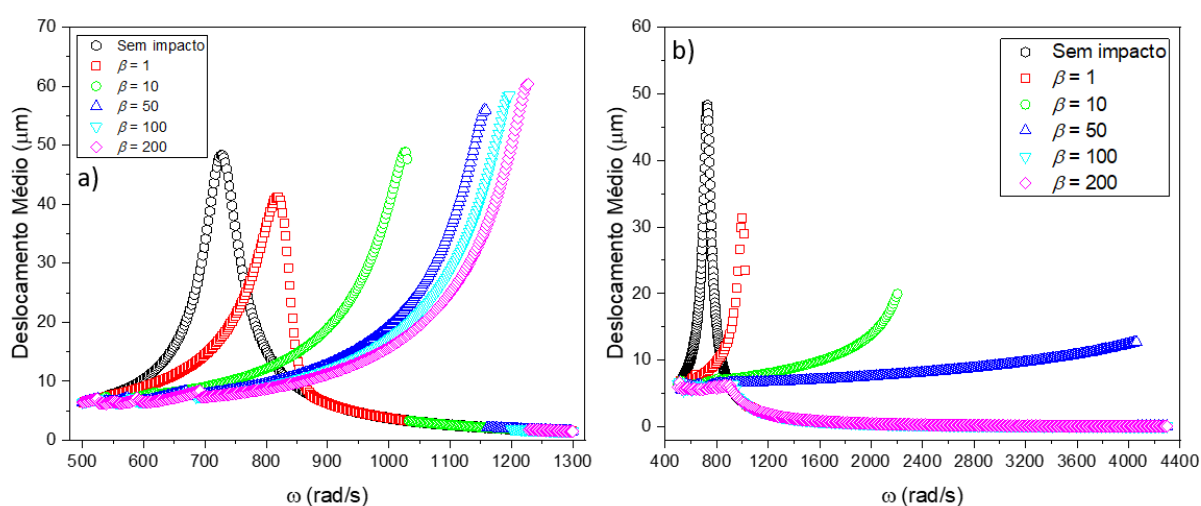


Figura 34: Deslocamento médio x frequência de forçamento. Comparação entre um sistema linear sem impactos com os sistemas não lineares considerando um espaçamento de 10µm para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

A figura 35 trata dos espaços de fase para o espaçamento de 10 µm da viga até um batente em questão. Também é mostrada nesse caso, o caso sem impacto para fins comparativos.

São apresentadas também as seções de Poincaré, onde as frequências “ω” utilizadas são aquelas que os deslocamentos apresentaram valores máximos, para dessa forma verificar a deformação do espaço de fase com o contato entre batente e viga. Observa-se que conforme o aumento da rigidez, o achatamento unilateral também aumenta de modo considerável, assim como o aumento da amplitude de velocidade.

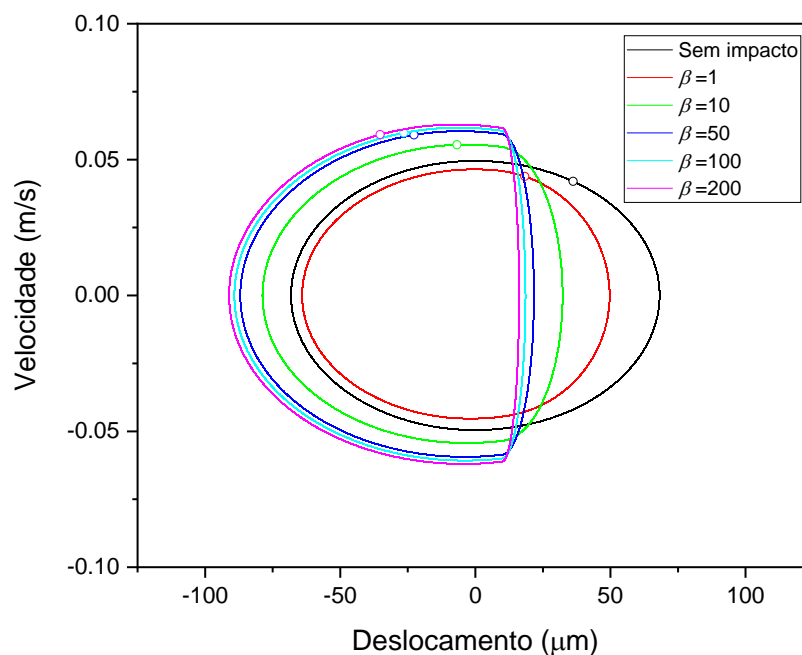


Figura 35: Espaços de fase e seções de Poincaré. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear com um batente para diferentes valores de β considerando um espaçamento de $10\mu\text{m}$.

A figura 36 aborda o mesmo assunto, porém para os casos os quais se incluem a presença do segundo batente para espaçamento, para esse caso, é possível notar que os sistemas vão se tornando cada vez mais caóticos conforme a rigidez aumenta, enquanto, quando o espaçamento é reduzido a tendência é que esse caos diminua para um mesmo valor de β . Assim como anteriormente, utilizou-se a frequência onde o deslocamento era máximo para produzir os espaços de fase.

Outro ponto importante de se destacar é que com o segundo batente, nos casos de menores valores de rigidez, mostram poucos achatamentos, de modo a aumentar esses conforme o aumento da rigidez. Com o aumento da rigidez, começam achatamentos não simétricos nas curvas analisadas, expondo que um dos batentes pouco se comprime. Contudo, com o aumento dos valores de rigidez, os achatamentos vão se tornando cada vez mais simétricos, mas que, no entanto, continuam apresentando diferenças em suas curvas. É perceptível também, que o caos, presente no primeiro caso de rigidez de forma mais discreta, com uma curva mais “fina”, aumenta conforme o aumento de rigidez, onde nos casos de rigidez 100 e 200, o caos é extremamente perceptível e notável, onde nesse último, percebe-se também a diminuição da amplitude de velocidade.

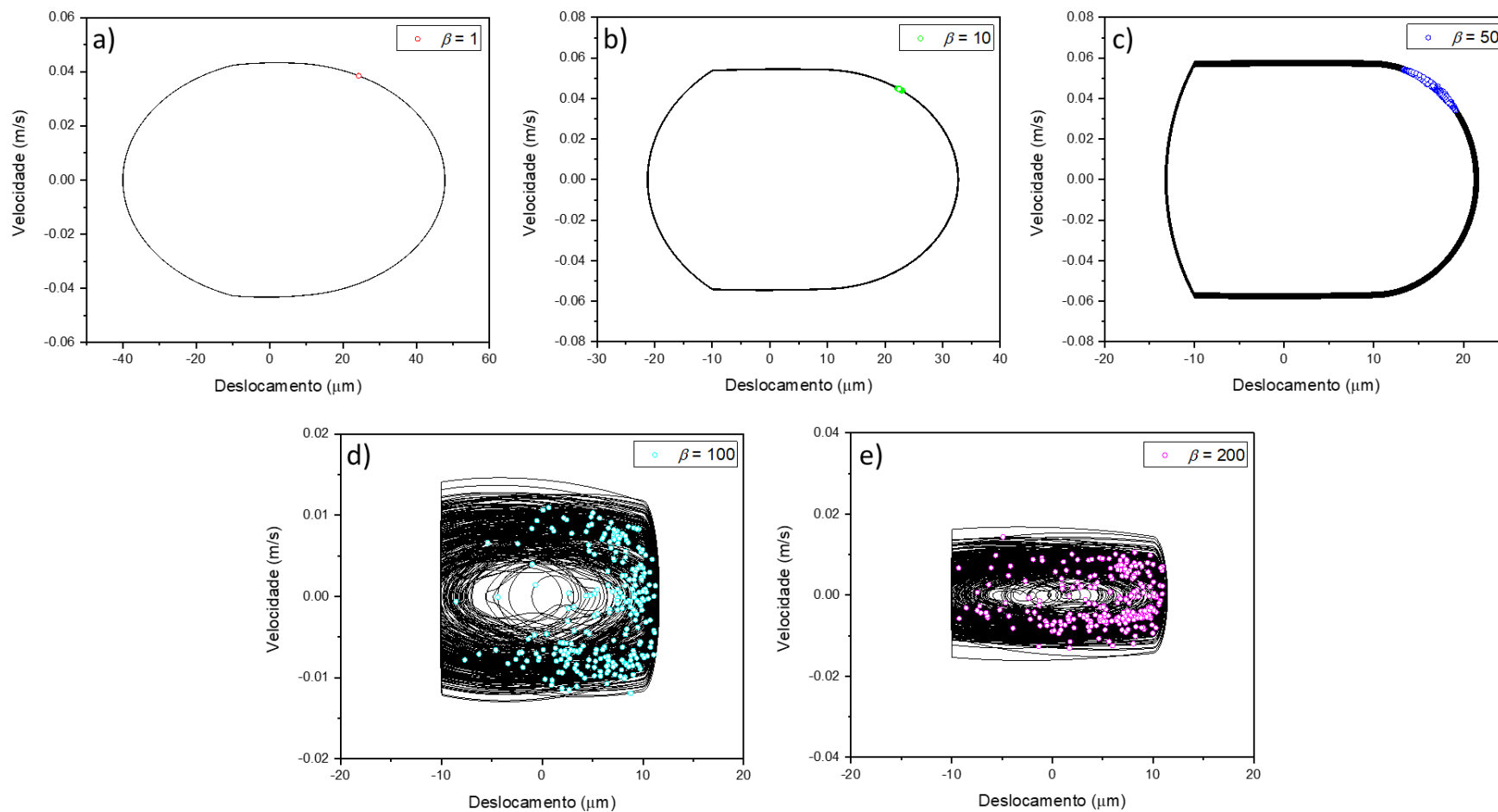


Figura 36: Espaços de fase e seções de Poincaré para um espaçamento de $10\mu\text{m}$. Sistema não linear com dois batentes para diferentes valores de β onde: a) $\beta = 1$, b) $\beta = 10$, c) $\beta = 50$, d) $\beta = 100$, e) $\beta = 200$.

A figura 37 ilustra os resultados obtidos para potência de saída para sistemas de um e de dois batentes onde o espaçamento é de $10 \mu m$ respectivamente.

A potência de saída tende a ser um indicativo ainda mais clara dos efeitos que as variações de parâmetros geram ao sistema. É perceptível também, que a curva que apresenta maior amplitude em potência de saída é aquela sem a presença de batentes, isto é, um sistema livre e sem impactos, que foi inserida para fins de comparação, uma vez que o foco do estudo é a inserção de não linearidades para aumento da faixa útil de potência, o que se torna mais claro quando se observa que a faixa para a curva livre de impacto, trata-se de uma curva estreita.

Para um batente e espaçamento de $10 \mu m$, as curvas se comportam de modo que possuem amplitudes de potência de saída próximas umas às outras, isso é, a altura máxima das curvas se assemelha. No entanto, varia de forma mais significativas as larguras de bandas, que apresentam resultados que permitem tendências positivas para a maior eficiência do sistema ao se aumentar a rigidez, apesar de que as curvas tenham em boa parte de sua faixa de frequência, valores menores para potência de saída.

Já para a inclusão de um segundo batente, é perceptível que as curvas obtidas para valores de rigidez de 50 a 200, tendem a ser tornar cada vez mais horizontais, e em valores baixos de potência de saída. Já para valores de 1 e 10, existe uma melhoria da faixa de interesse e da amplitude de valores de potência, no entanto, ainda fica distante dos resultados obtidos para um batente.

Essas curvas se comportam de maneira distinta aos casos em que o espaçamento é de $50 \mu m$ e $30 \mu m$, onde as maiores diferenças se devem pela redução da amplitude de potência, e menor faixa útil de frequência, tanto para um quanto para dois batentes, o que permite observar um certo padrão para a redução da amplitude de potência, isso é, é possível perceber um padrão ao se olhar os três casos, onde para espaçamentos menores a potência de saída diminui gradativamente, para ambos os casos, apesar de manter a grande faixa útil, semelhante a faixa de ressonância dos deslocamentos, onde no entanto, para dois batentes é possível notar que a queda, quando β assume seus maiores valores, 100 e 200, a potência de saída é praticamente nula para o caso onde o espaçamento é de apenas $10 \mu m$.

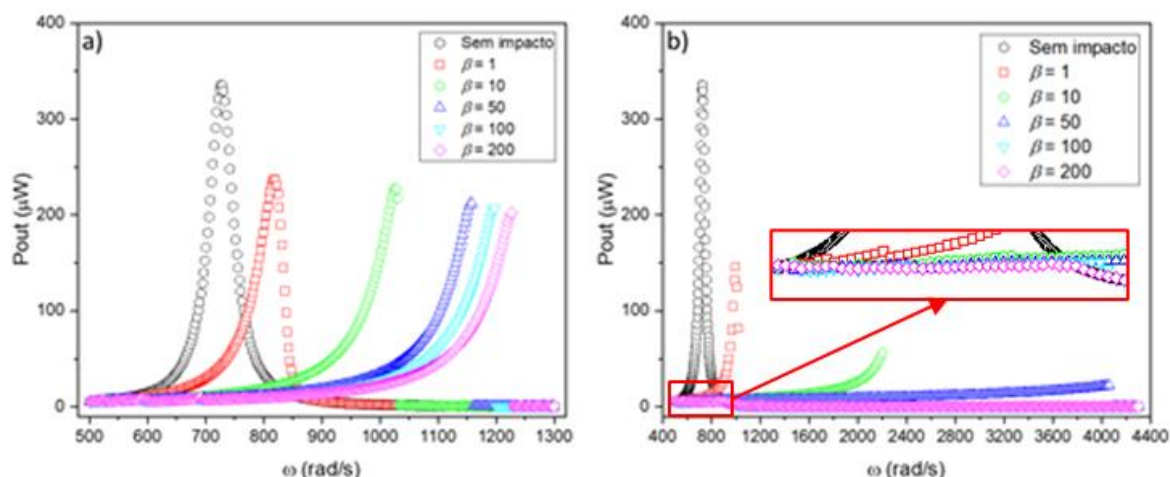


Figura 37: Frequência de forçamento x Potência de saída. Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de $10\mu\text{m}$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

De modo a analisar pontualmente o sistema, foram desenvolvidos gráficos também para o rendimento dos sistemas que estão sendo analisados para o espaçamento de $10\mu\text{m}$, um sistema livre de impactos, um sistema com uma não linearidade, o batente, e um sistema com duas não linearidades, os dois batentes em conjunto, presente na figura 38, entrando em contato com a viga.

É perceptível que para um batente, o aumento da rigidez foi acompanhado da ampliação da faixa de frequência útil, assim como de uma diminuição da amplitude das curvas em relação ao rendimento, que para a rigidez relativa de 200, chega aproximadamente à metade do resultado da curva sem impactos, que, no entanto, possui uma faixa de interesse muito significativa quando comparada à curva sem impactos.

Já para dois batentes, os resultados também são notoriamente afetados pela rigidez, que conforme são aumentados os valores de rigidez, são reduzidos os resultados de rendimento do sistema. No entanto, ao contrário de para o caso de um batente, que essa redução acontece de maneira sutil, as curvas apresentadas já sofrem uma considerável redução na amplitude de rendimento já para o caso de rigidez igual a 10, uma vez que a curva de rigidez 1 é semelhante ao caso de um batente.

De modo geral, levando em consideração os 3 espaçamentos usados, como para a potência de saída, a amplitude do rendimento diminui conforme os distanciamentos para os batentes são reduzidos. Já para os distanciamentos de $30\mu\text{m}$ e $10\mu\text{m}$ para um batente, o

comportamento para β igual a 1 se mantém, porém de forma mais acentuada, ocorrendo aumentos de maior grandeza para o rendimento. Novamente é possível notar a mesma queda de rendimento quando o sistema opera na faixa de frequência onde o deslocamento é máximo.

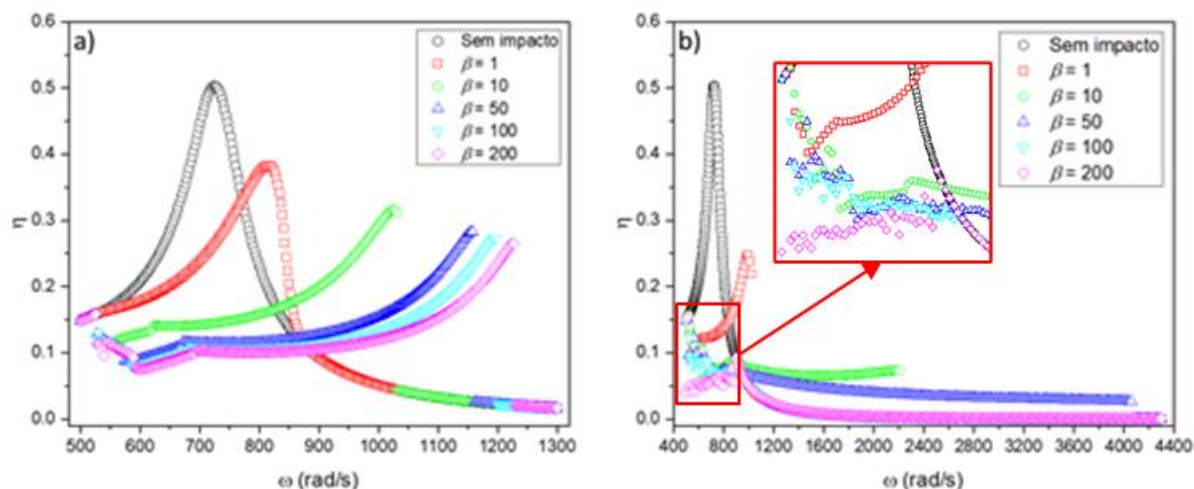


Figura 38: Frequência de forçamento x Rendimento (η). Comparação entre um sistema linear sem impactos e um sistema não linear considerando um espaçamento de $10\mu\text{m}$ para diferentes valores de β com: a) um batente, b) dois batentes.

5.5 ANÁLISES COMPARATIVAS DOS SISTEMAS

Para fins de poder enriquecer as análises apresentadas nas seções anteriores deste capítulo, foram desenvolvidos alguns gráficos com o enfoque de comparar diretamente os resultados obtidos, pois só assim pode-se determinar qual seria o sistema que apresenta a maior potência de saída, qual é aquele que apresenta um maior rendimento, e também, como se comporta os deslocamentos máximos quando comparados diretamente com sua contraparte, sem impactos versus um batente versus 2 batentes.

Buscando abordar esses pontos, é apresentada a figura 39, onde foi selecionado um valor fixo de β , nesse caso 200, essa escolha se deve a grande variação do estado, para diferentes distâncias, conforme pode-se notar anteriormente, onde o mesmo apresenta um comportamento bem determinado para apenas um batente, enquanto, para dois batentes esse comportamento assume um estado aleatório, onde hora esse deslocamento máximo é maior, hora ele é menor.

É importante notar que, para os casos em que o espaçamento é de $50\mu\text{m}$ e $30\mu\text{m}$ a amplitude máxima deste deslocamento é bem maior quando se tem dois batentes, quando comparado aos mesmos espaçamentos e apenas um batente. Enquanto isso, para o caso em que

se apresenta o menor espaçamento, $10 \mu m$, essa amplitude máxima de deslocamento ocorre para apenas um batente, apesar de que, este valor máximo não ser tão maior que para dois batentes, como nos casos anteriores.

Outro fator interessante de se destacar é que apesar de ocorrer o fenômeno de saltos dinâmicos tanto para um quanto para dois batentes, a faixa de frequência até que ocorram esses saltos são consideravelmente prolongadas, entrando em um estado de banda larga, para os casos de apenas um batente, enquanto para dois, essas faixas aumentam gradativamente conforme o espaçamento é reduzido, mas ainda assim, não se pode considerar que estejam em banda larga.

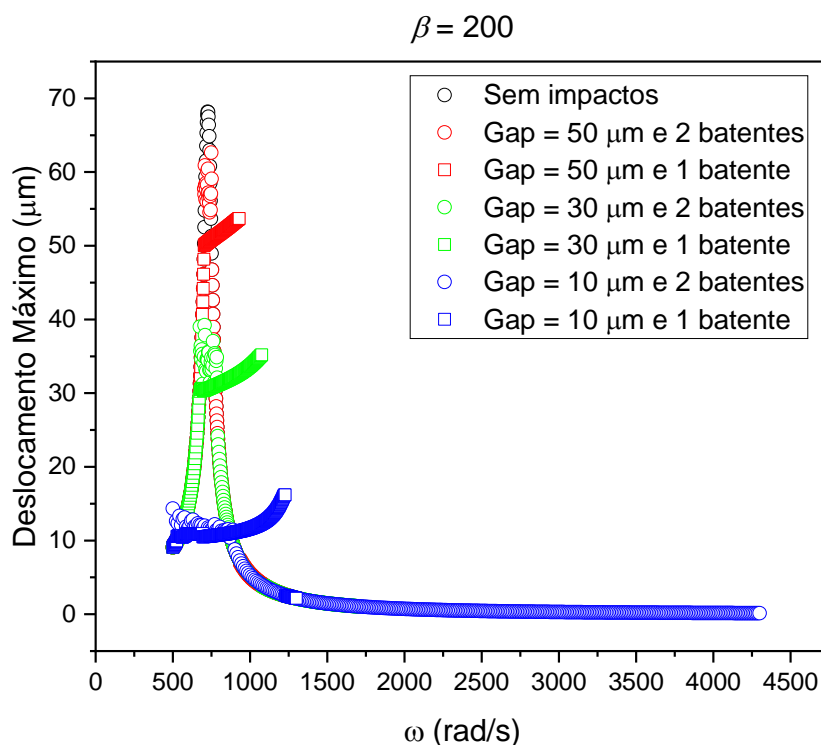


Figura 39: Frequência de forçamento x deslocamento máximo. Comparação entre espaçamentos de $50 \mu m$, $30 \mu m$ e $10 \mu m$ para diferentes espaçamentos e quantidade de batentes quando $\beta = 200$.

Para poder comparar quantitativamente a potência de saída, e o rendimento gerados por um sistema, foi realizado um estudo em que consiste em traçar o valor médio para estes em alguns intervalos de frequência, sendo estes os seguintes:

- 500 até $1400 \frac{rad}{s}$ – Sistema sem impacto, todos os casos com um batente e para um gap de $50 \mu m$ e dois batentes;
- 500 até $1800 \frac{rad}{s}$ – Para um gap de $30 \mu m$ e dois batentes;

- 500 até $4300 \frac{rad}{s}$ – Para um gap de $50 \mu m$ e dois batentes.

A figura 40 representa os resultados obtidos para as médias da potência de saída para diferentes espaçamentos e diferentes valores de β .

Para os casos de um batente é possível perceber que conforme a rigidez relativa “ β ” aumenta essa potência de saída aumenta também, apesar de que, conforme o valor do espaçamento é reduzido, o valor máximo atingido, isto é, a amplitude de potência de saída quando $\beta = 200$, é diminuído de maneira considerável. Outro ponto importante de se destacar é que, para valores menores de β , 1 e 10, a amplitude da potência de saída se assemelha bastante entre os resultados obtidos para um espaçamento de $30 \mu m$ e de $50 \mu m$ para ambos os casos, sendo inclusive maior a média da potência de saída quando o espaçamento é de $30 \mu m$ e $\beta = 10$. Sendo assim, devido ao fato de o intervalo de frequência ser igual para todos os casos com um batente, é possível afirmar que o sistema com maior espaçamento, $50 \mu m$, e aquele com maior rigidez relativa, $\beta = 200$, é aquele que fornece uma maior potência de saída.

Para os casos com dois batentes, é possível perceber um comportamento bastante semelhante entre a curva para um espaçamento de $50 \mu m$ e $30 \mu m$, apesar de possuírem intervalos de frequência diferentes, é possível notar que para esses dois exemplos a potência gerada é consideravelmente maior para sistemas com baixa resistência relativa, quando $\beta = 1$ e $\beta = 10$, e então ocorre uma grande queda nessa potência gerada para valores iguais ou maiores que $\beta = 50$, entretanto, para um espaçamento de $10 \mu m$, é possível notar que até valores de $\beta = 50$ ocorre um crescimento na média da potência gerada, partindo para uma queda apenas para valores maiores que este. Diferentemente do que é possível fazer para um batente, devido as faixas de frequência serem muito variadas não é uma certeza o sistema que gera a maior potência, mas, devido a grande disparidade da potência gerada, é possível estimar que aquele que gera uma maior potência seja o de espaçamento $50 \mu m$ e $\beta = 10$.

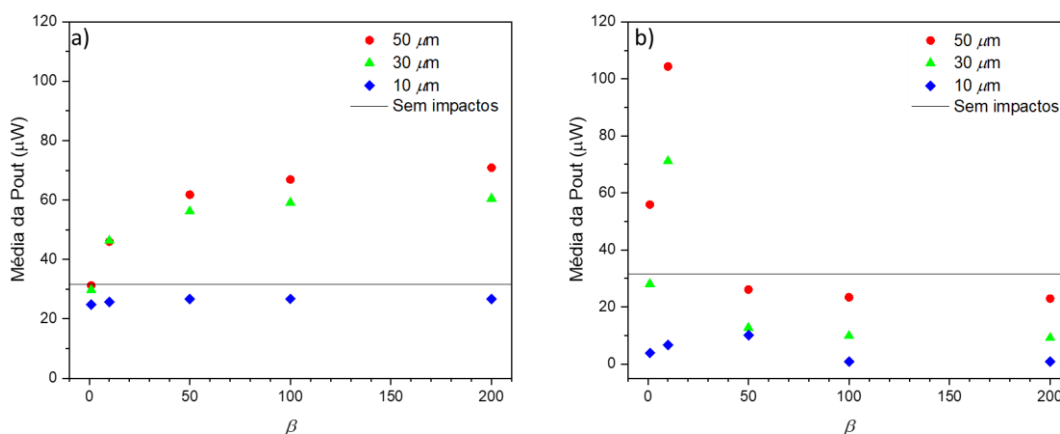


Figura 40: Média da Potência de saída x diferentes valores de β . Comparação entre espaçamentos de 50 μ m, 30 μ m, 10 μ m e quando não ocorre impactos para: a) um batente, b) dois batentes.

Também foi desenvolvido um gráfico para representar os valores médios de rendimento para os diferentes valores de rigidez relativa β , sendo este apresentado na figura 41.

Para a situação de apenas um batente, é possível notar que, quando o espaçamento é de 50 μ m ou 30 μ m a curva apresenta um comportamento semelhante, enquanto para 10 μ m ocorre uma variação, para esses dois primeiros exemplos, conforme o valor de β aumenta esse rendimento vai gradualmente aumentando, apesar de que, os valores médios desse rendimento são maiores para 30 μ m do que para 50 μ m, exceto quando $\beta = 1$, inversamente ao que acontece para o valor médio da potência gerada, quando é maior para o 50 μ m do que para 30 μ m. Além disso, é possível notar que quando o espaçamento é reduzido para 10 μ m, os casos que apresentam maiores rendimentos médios são aqueles com os menores valores de rigidez relativa “ β ”, sendo assim, quando $\beta = 1$ seu rendimento é maior, enquanto para os espaçamentos maiores isto ocorre para $\beta = 200$. Portanto, devido ao intervalo de frequência ser o mesmo para todos os casos com um batente, pode-se afirmar que o sistema com um espaçamento de 30 μ m, e quando sua rigidez relativa é maior, isto é, para $\beta = 200$, é aquele que apresenta um maior rendimento médio.

Para os casos apresentados com dois batentes, pode-se notar, novamente, um comportamento muito semelhante ao dos valores médios de potência gerada, mantendo uma semelhança entre as curvas quando o espaçamento é de 50 μ m ou de 30 μ m, além de seus valores médios de rendimento serem consideravelmente superiores para os menores valores de β , assumindo seus maiores valores quando $\beta = 1$ e $\beta = 10$ e então ocorre uma grande queda

no rendimento para valores maiores de rigidez relativa “ β ”. Também é possível perceber que para o caso em que o espaçamento é menor, o intervalo onde a média do rendimento aumenta se mantém semelhante ao da média da potência gerada, indo até $\beta = 50$ e ocorrendo uma queda considerável nesse rendimento para valores maiores de rigidez relativa “ β ”. Assim como para os valores médios da potência de saída, para o rendimento também não é possível afirmar com certeza aquele conjunto que apresente o maior valor médio de rendimento, entretanto, é possível fazer uma estimativa devido ao comportamento destes pontos no gráfico, sendo assim, estima-se que aquele capaz de apresentar maior valor médio de rendimento seja, assim como para valor médio de potência de saída, o qual possui um espaçamento de $50 \mu\text{m}$ e $\beta = 10$.

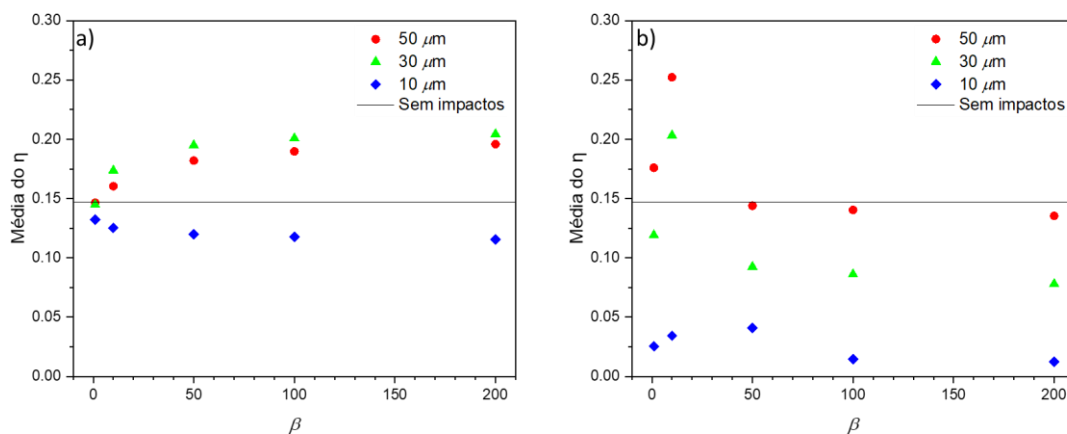


Figura 41: Média do rendimento x diferentes valores de β . Comparação entre espaçamentos de $50\mu\text{m}$, $30\mu\text{m}$, $10\mu\text{m}$ e quando não ocorre impactos para: a) um batente, b) dois batentes.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho soma-se à toda uma bibliografia que tem buscado investigar e determinar parâmetros que apontem para maiores faixas de colheita de energia, adicionando para isso, não suavidades, que geram impactos a uma viga mono-engastada de modo a promover não linearidades. Dessa forma, foi feito um modelo com 1 grau de liberdade, onde são feitas simulações numéricas tendo como base dinâmicas vibracionais e as equações diferenciais que representam esse comportamento, de modo a obter diretrizes que auxiliem no crescente campo de materiais inteligentes e a geração de energia limpa.

Parâmetros como rigidez da viga piezolétrica, espaçamento da viga até o batente, e variação do número de batentes atuantes, são focos importantes nesse estudo, assim como suas variações e combinações resultando em diferentes faixas de interesse para análise da colheita de energia. Desse modo, foi possível, obter resultados para potência de saída, deslocamento, velocidades, assim como valores médios e eficiência do sistema, que permitiram observar, por meio de gráficos, o comportamento do sistema em diferentes situações, de forma a visualizar as configurações de parâmetros que mais favorecem uma melhor colheita de energia.

Dessa forma, a análise realizada nesse estudo, foi feita de modo a aprofundar os estudos acerca das não linearidades que enriquecem um sistema dinâmico que envolve geração de energia. Ficou claro que, os parâmetros afetam diretamente os resultados do sistema. Diversas premissas podem ser tomadas a respeito desses efeitos, tanto positivamente, como com o uso de um batente no sistema, em relação ao sistema sem impacto, como negativamente, como o aumento contínuo da rigidez.

As conclusões obtidas por esses resultados deixam clara a importância da variação de parâmetros e configurações quando são analisados rendimentos, onde para a viga oscilando sem impacto, a amplitude é muito inferior, apesar de ter um pico relativamente alto na ressonância, em relação aos modelos com batente. A faixa em que a energia pode ser coletada com valores satisfatórios acaba sendo muito mais efetivo que valores de pico. Isso fica claro quando comparado com o modelo com batente e espaçamento para viga de $30 \mu m$, onde com 1 batente, maior a rigidez, maior a faixa de rendimento, ao contrário do que ocorre com 2 batentes, que uma maior faixa se favorece de uma menor rigidez.

Partindo do foco de que o aumento na amplitude de excitação favorece picos de potência, e que amplitudes menores costumam favorecer uma eficiência maior ao sistema, tem-se que as principais conclusões do trabalho mostram o direto efeito das não suavidades e as variáveis geradas por essas na maior eficiência do sistema, por meio do aumento da faixa em que a colheita de energia se beneficia. A definição de uma configuração ideal, assim como a evolução dos componentes do sistema, de modo que haja uma constante evolução no desempenho desses sistemas para evolução da sociedade, são as perspectivas promovidas por esse trabalho.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

As premissas que podem ser tomadas por esse estudo, permitem a realização de trabalhos futuros, que enriquecem ainda mais os avanços acerca dessa área de estudo. Entre esses, podem ser mencionados um experimento prático do sistema proposto nesse estudo, de modo a unir o experimento simulado ao real, podendo ainda, com resultados práticos, adicionar parâmetros e variáveis que não foram usados no estudo atual. Um estudo de espaçamentos variáveis e assimétricos podem introduzir fenômenos interessantes. Diferentes geometrias para o piezolétrico, de modo a explorar sua deformação de diferentes maneiras também podem ter estudos que partam de premissas obtidas nesse trabalho.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A. RALIB, A.MD.; NORDIN, A.N.; SALLEH, H. A comparative study on MEMS piezoelectric microgenerators. *Microsystem Technologies*, v. 16, n.10, p. 1673-1681, Oct 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00542-010-1086-9>.

AI, R.; MONTEIRO, L. L. S.; JR, P. C. C. M.; PACHECO, P. M. C. L.; SAVI, M. A. Piezoelectric vibration-based energy harvesting enhancement exploiting nonsmoothness. *Actuators*, v. 8, n. 25, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/act8010025i>.

AI, R. Análise numérico-experimental de um sistema não suave para geração de energia elétrica utilizando material piezelétrico. Maio 2018. Disponível em: http://dippg.cefet-rj.br/ppemm/attachments/article/81/86_Rodrigo%20de%20Almeida%20Ai.pdf.

ALI, F.; RAZA, W.; LI, X.; GUL, H.; KIM, K.-H. Piezoelectric energy harvesters for biomedical applications. *Nano Energy*, v. 57, p. 879 – 902, 2019. ISSN 2211-2855. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2019.01.012>.

ALVES, T.; OLIVEIRA, N.; SOUZA, V. Uso combinado de materiais inteligentes para geração de energia limpa. Nov 2018. Disponível em: www.cefet-rj.br/attachments/article/2943/Projeto%20Final%202018_2%20Uso%20Combinado%20Materiais%20Inteligentes%20p%20Gera%C3%A7%C3%A3o%20Energia%20Limpa.pdf.

AMINZAHED I.; GHORBANZADEH L.; MAGANA M. E. Design and optimisation for a piezoelectric frame to harvest energy from structure vibrations. *International Journal of Ambient Energy* ISSN 2162-8246 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/01430750.2020.1723693>.

APC International Ltd. 2011. *Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications*. s.l. Disponível em: (<https://www.americanpiezo.com/knowledge-center/piezo-theory/piezoelectricity.html>)

BAI Y.; MEGGS C.; BUTTON T. W. Investigation of using free-standing thick-film piezoelectric energy harvesters to develop wideband devices *International Journal of Structures Stability and Dynamics* v. 14, n. 8, Article ID 1440016. Disponível em: <https://doi.org/10.1142/S0219455414400161>.

BASSET, P.; GALAYKO, D.; COTTONE, F.; GUILLEMET, R.; BLOKHINA, E.; MARTY, F.; BOUROUINA, T. Electrostatic vibration energy harvester with combined effect of electrical nonlinearities and mechanical impact. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, IOP Science: *Journal of Micromechanics and Microengineering* v. 24, n. 3, Article ID 035001, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/0960-1317/24/3/035001>.

CELLULAR MASSONE, A. C.; REIS, S. O.; VIOLA, F. M. Colheita de energia vibracional utilizando materiais piezoelétricos. *Conhecimento & Diversidade*, [S.l.], v. 11, n. 25, p. 63-80, jun. 2020. ISSN 2237-8049. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.18316/rcd.v11i25.6394>.

CELLULAR, A. Análise da influência de efeitos não-lineares em sistemas de colheita de energia baseados em vibração utilizando materiais piezoelétricos. Julho, 2016. Disponível em: https://w1files.solucaoatrio.net.br/atrio/ufrrj-pem_upl//THESIS/1814/pemufrrj2016dscanacarolinasouzacellular_20160801114306456.pdf.

CERAMTEC T. C. E.. “Conceitos Básicos da Tecnologia Piezocerâmica: Princípio de Funcionamento Piezoelétrico, Perovskite e Polarização”. 2013. Disponível em: <http://www.ceramtec.com.br/materiais-ceramicos/piezoceramicos/basicos/>. Acesso em: [04/07/2016](http://www.ceramtec.com.br/materiais-ceramicos/piezoceramicos/basicos/).

COSTA, L. Análise paramétrica da dinâmica não linear de dispositivos piezoelétricos biestáveis de colheita de energia baseados em vibração. Jan 2020.

CRAWLEY, E. F.; ANDERSON, E. H. Detailed models of piezoceramic actuation of beams. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 1, n. 1, p. 4-25, Jan 1990. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X9000100102>.

CURIE, J.; e CURIE, C. Développement par compression de l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées *Bulletin de la Société minérologique de France*, v. 3, p. 90 – 93, 1880. Disponível em: https://www.persee.fr/doc/bulmi_0150-9640_1880_num_3_4_1564.

DAQAQ, M. F. Response of uni-modal duffing-type harvesters to random forced excitations. *Journal of Sound and Vibration*, v. 329, n. 18, p. 3621-3631, Aug 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.04.002>.

DU X.; ZHAO Y.; LIU G.; ZHANG M.; WANG Y.; YU H. Enhancement of the Piezoelectric Cantilever Beam Performance via Vortex-Induced Vibration to Harvest Ocean Wave Energy.

Hindawi Shock and Vibration, ISSN 1875-9203, v. 2020, Article ID 8858529. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2020/8858529>.

ELTANANY, A. M.; YOSHIMURA, T.; FUJIMURA, N.; EBIED, M. R.; ALI, M. G. S. Development of piezoelectric bistable energy harvester based on buckled beam with axially constrained end condition for human motion. Japanese Journal of Applied Physics, Japan Society of Applied Physics, v. 56, n. 10S, p. 10PD02, Sep 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.7567/JJAP.56.10PD02>.

ERTURK, A.; TARAZAGA, P. A.; FARMER, J. R.; INMAN, D. J. Effect of Strain Nodes and Electrode Configuration on Piezoelectric Energy Harvesting From Cantilevered Beams. Journal of Vibration and Acoustics, v. 131, n. 1, Jan 2009. ISSN 1048-9002. 011010. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.2981094>.

ERTURK, A.; INMAN, D. On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 19, n. 11, p. 1311–1325, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X07085639i>.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters. Journal of Vibration and Acoustics, v. 130, n. 4, Jun 2008. ISSN 1048-9002. 041002. Disponível em: (<https://doi.org/10.1115/1.2890402>).

ERTURK, A.; INMAN, D. J. Issues in mathematical modeling of piezoelectric energy harvesters. Smart Materials and Structures, IOP Publishing, v. 17, n. 6, p. 065016, oct 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/17/6/065016i>.

ERTURK, A.; HOFFMANN, J.; INMAN, D. J. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. Applied Physics Letters, v. 94, n. 25, p. 254102, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.3159815i>.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations. Smart Materials and Structures, IOP Publishing, v. 18, n. 2, p. 025009, jan 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/18/2/025009i>.

ERTURK, A.; INMAN, D. Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable duffing oscillator with electromechanical coupling. Journal of Sound and Vibration,

v. 330, n. 10, p. 2339 – 2353, 2011. ISSN 0022-460X. Dynamics of Vibro-Impact Systems. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.11.018i>

FERRARI, M.; BAÙ, M.; GUIZZETTI, M.; FERRARI, V. A Single-Magnet Nonlinear Piezoelectric Converter for Enhanced Energy Harvesting from Random Vibrations. Sensors and Actuators A: Physical, v. 172, n. 1, p. 287-292, Dec 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.sna.2011.05.019>.

FRISWELL M. I.; ADHIKARI S. Sensor shape design for piezoelectric cantilèver beams to harvest vibration energy. Journal of Applied Physics v. 108, n. 1, Article ID 014901, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.3457330>.

FRISWELL, M. I.; ALI, S. F.; BILGEN, O.; ADHIKARI, S.; LEES, A. W.; LITAK, G. A non-linear piezoelectric vibration energy harvesting from a vertical cantilever beam with tip mass. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 23, n. 13, p. 1505–1521, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X12455722i>.

GASCH, R; TWELE, J. Wind Power Plants: Fundamentals, Design, Construction and Operation. Solarpraxis AG, 2002.

GOMES D. S.; LANDIM G. J. G. C.; ALVARENGA S. D. Construção de tapete piezoelétrico. Perspectivas Online: Exatas e Engenharias v. 6, n. 15. Disponível em: <https://doi.org/10.25242/885X61520161027>.

GONÇALVES, T. R. S. Colheita Piezolétrica de Energia. Fev 2011. Disponível em: https://run.unl.pt/bitstream/10362/5998/1/Goncalves_2011.pdf.

HALIM, M. A.; PARK, J. Y. Performance enhancement of a low frequency vibration driven 2-DOF piezoelectric energy harvester by mechanical impact. Journal of Physics: Conference Series, IOP Publishing, v. 557, p. 012093, nov 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/557/1/012093i>.

HOWELLS, C. A. Piezoelectric energy harvesting. Energy Conversion and Management, n. 50, p. 1847–1850, Jul 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2009.02.020>.

HU, G.; TANG, L.; DAS, R. An impact-engaged two-degree-of-freedom piezoelectric energy harvester for wideband operation. International Journal of Mechanical Sciences, v. 173, p. 1463 – 1470, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.12.216>.

HU, G.; TANG, L.; DAS, R.; MARZOCCA, P. A two-degree-of-freedom piezoelectric energy harvester with stoppers for achieving enhanced performance. *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 149, p. 500 – 507, 2018. ISSN 0020-7403. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.07.051i>.

HU G.; WANG J.; TANG L. A comb-like beam based piezoelectric system for galloping energy harvesting. *Mechanical Systems and Signal Processing*. v 150, Article ID 107301, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.107301>.

IMHOFF, J. Desenvolvimento de Conversores Estáticos para Sistemas Fotovoltaicos Autônomos. Dissertação de Mestrado apresentada à Escola de Engenharia Elétrica da UFSM, Santa Maria. 2007. 146. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/8608>.

JALILI, N., Piezoelectric-Based Vibration Control, From Macro to Micro/Nano Scale Systems, Springer Science Business Media, LLC, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0070-8>.

KARPENKO, E.V.; WIERCIGROGH, M.; CARTMELL, M.P. 2002. Regular and chaotic dynamics of a discontinuously nonlinear rotor system. *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 13, n. 6, p. 1231-1242, May 2002. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(01\)00126-6](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(01)00126-6).

KLOTZE, Marcelo Cabus. Consumo de energia renovável e crescimento econômico para países em desenvolvimento. 2017. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=29948@1>.

LELAND, E. S.; WRIGHT, P. K. Resonance tuning of piezoelectric vibration energy scavenging generators using compressive axial preload. *Smart Materials and Structures*, IOP Science, v. 15, n. 5, p. 1413-1420, 1985. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/15/5/030>.

LEO, D. Engineering Analysis of Smart Material Systems. Wiley InterScience. ISBN 9780471684770, 2007. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=jGAvKfLykNsC>.

LIPPMANN, G. Principe de conservation de l'électricité. *Ann. Chim. Phy.* 24, (1881), 145-178. Disponível em: https://neo-classical-physics.info/uploads/3/4/3/6/34363841/lippmann_-_conservation_of_charge.pdf.

LIU, W.; MAOYING, Z.; XIAODONG, R.; XIN, F. Non-smooth model and numerical analysis of a friction driven structure for piezoelectric motors. *International Journal of Non-Linear*

Mechanics, v. 91, p. 140-150, May 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2017.02.009>.

LIU H.; ZHONG J.; LEE C.; LEE S. W.; LIN L. A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: materials, mechanisms, and applications. Applied Physics Review v. 5, Article ID 041306, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.5074184>.

LIU Y.; SHI S.; YAN J.; CHEN W. A novel piezoelectric actuator with two operating modes. Journal of Intelligent Material Systems and Structures v. 29, n. 6, p 1157-1164. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X17730921>.

MATEU, L. E; MOLL, F. Appropriate charge control of the storage capacitor in a piezoelectric energy harvesting device for discontinuous load operation. Sensors and Actuators A: Physical, v. 132, n. 1, p. 302-310, Nov. 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2009.02.020>.

PANAHI A.; HASSANZADEH A.; MOULAVI A. Design of a low cost, double triangle, piezoelectric sensor for respiratory monitoring applications. Sensing and Bio-Sensing Research v. 30, p. 100378, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.sbsr.2020.100378>

PATEL, R.; MCWILLIAM, S.; POPOV, A. A. Optimization of piezoelectric cantilever energy harvesters including non-linear effects. Smart materials and Structures, IOP Publishing, v. 23, n. 8, p. 085002, Jun 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/23/8/085002>.

PEREIRA, T. L.; De PAULA, A. S.; FABRO, A. T.; SAVI, M. A. Random effects in a nonlinear vibration-based piezoelectric energy harvesting system. International Journal of Bifurcation and Chaos, v. 29, n. 4, 1950046, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1142/S0218127419500469>.

PRIYA, S.; INMAN, D. J. Energy Harvesting Technologies. Springer Science, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-76464-1>.

PRIYA, S. Modeling of electric energy harvesting using piezoelectric windmill. Applied Physics Letters, v. 87, n. 18, p. 184101, Oct 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.2119410>.

RAMLAN, R.; BRENNAN, M. J.; MACE, B. R. Improving the performance of an energy harvesting device using nonlinearity. International Conference on Noise & Vibration Engineering (ISMA). p. 160-168. Sep 2008. Disponível em: <https://eprints.soton.ac.uk/65256/>.

RHIMI, M.; LAJNEF, N. 2012. Modeling of a Composite Piezoelectric/Shape Memory Alloy Cantilevered Beam for Vibration Energy Harvesting. ASME 2012 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems, v. 2, p. 903-908, Jul 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/SMASIS2012-8174>.

ROCHA, R. T. Comportamento dinâmico não-linear em fenômenos de colheita de energia usando dispositivos baseados em materiais piezoelétricos em estruturas aporticadas. Ago 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/115580>.

RYSAK, A.; MÜLLER, M.; BOROWIEC, M.; ZUBRZYCKI, J.; LITAK, G.; GODLEWSKA-LACH, A.; WITTSTOCK, V. Broadband Concept Of Energy Harvesting In Beam vibrating Systems For Powering Sensors. Advances In Science And Technology Research Journal, v. 8, n. 23, p. 62-67, Sep 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.12913/22998624.1120324>.

SAVI, M. A.; Dinâmica não linear e caos. E-papers. Rio de janeiro, Jan 2006. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/263084054_Dinamica_Nao-linear_e_Caos

SENGHA, G.G.; FOKOU KENFACK, W.; SIEWE SIEWE, M.; TABI, C.B.; KOFANE, T.C. Dynamics of a non-smooth type hybrid energy harvester with nonlinear magnetic coupling. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, v. 90, 105364, Nov 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105364>.

SHIH Y. S.; VASIC D.; COSTA F.; WU W. J. Magnetic Stoppers on Single Beam Piezoelectric Energy Harvesting. Physics Procedia v. 70, p. 1022-1026, 2015, ISSN 1875-3892. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2015.08.213>.

SILVA, L. L.; MONTEIRO, P. C.; SAVI, M. A.; NETTO, T. A. On the Nonlinear Behavior of the Piezoelectric Coupling on Vibration-Based Energy Harvesters, Shock and Vibration, v. 2015, Article ID 739381, Aug 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2015/739381>.

SILVA, L.; OLIVEIRA, S.; PACHECO, P.; SAVI, M. Synergistic use of smart materials for vibration-based energy harvesting. The European Physical Journal Special Topics, v. 224, n. 14, p. 3005–3021, Nov 2015. ISSN 1951-6401. Disponível em: <https://doi.org/10.1140/epjst/e2015-02603-8i>.

SOLIMAN, M.S.M.; ABDEL-RAHMAN, E.M.; EL-SAADANY, E.F.; MANSOUR, R.R. A wideband vibration-based energy harvester, 2008. Journal of Micromechanics and

Microengineering, IOP Publishing Ltd v. 18, n. 11, 115021, Oct 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/0960-1317/18/11/115021>.

TAN T.; YAN Z.; HAJJ M. Electromechanical decoupled model for cantilever-beam piezoelectric energy harvesters. Applied Physics Letters v. 109, n. 10, Article ID 101908, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.4962533>.

TAN, Y. Sustainable Energy Harvesting Technologies – Past, Present and Future, InTech, Dec 2011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5772/945>.

TANG, L.; YANG, Y.; SOH, C. K. Improving functionality of vibration energy harvesters using magnets. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 23, n. 13, p. 1433-1449, Sep 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X12443016>.

TANG, L.; YANG, Y. A nonlinear piezoelectric energy harvester with magnetic oscillator. Applied Physics Letters, v. 101, n. 9, Aug 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.4748794>.

TRIPLETT, A.; QUINN, D. D. The Effect of Non-linear Piezoelectric Coupling on Vibration-based Energy Harvesting. Journal of Intelligent Material Systems and Structure, v. 20, n. 16, p. 1959-1967, Aug 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X09343218>.

VIJAYAN, K.; FRISWELL, M.I.; HADDAD KHODAPARAST, H.; ADHIKARI, S. Energy Harvesting in a coupled System Using Nonlinear Impact, Structural Health Monitoring, v.5, 2014. Disponível em: http://michael.friswell.com/PDF_Files/C361.pdf.

WANG D. W.; LIU M. X.; WU X.; QIAN J. W.; MA Q.; WU Z. Q. Parametrical Investigation of Piezoelectric Energy Harvesting via Friction-Induced Vibration. Hindawi Shock and Vibration, ISSN 1070-9622, v. 2020, Article ID 6190215. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2020/8891756>.

WILLIAMS, C.; YATES, R. Analysis of a micro-electric generator for microsystems. Sensors and Actuators A: Physical, v. 52, n. 1, p. 8 – 11, 1996. ISSN 0924-4247. Proceedings of the 8th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators Eurosensors IX. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0924-4247\(96\)80118-Xi](https://doi.org/10.1016/0924-4247(96)80118-Xi).

XU Z.; SHAN X.; CHEN D.; XIE T. A Novel Tunable Multi-Frequency Hybrid Vibration Energy Harvester Using Piezoelectric and Electromagnetic Conversion Mechanisms. Applied sciences v. 6, n. 1, p. 10, 2016. Disponível em <https://doi.org/10.3390/app6010010>.

YANG, Z.; ZHOU, S.; ZU, J.; INMAN, D.; High performance Piezeletric Energy Harvesters and Their Applications. *Joule*, v. 2, n. 4, p. 642-697, Apr. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.joule.2018.03.011>.

ZHAO, D.; LIU S.; XU Q.; SUN W.; WANG T.; CHENG Q. Theoretical modeling and analysis of a 2-degree-of-freedom hybrid piezoelectric–electromagnetic vibration energy harvester with a driven beam. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 29, n. 11, p. 2465–2476 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1045389X18770870>.

ZHAO, D.; WANG, X.; CHENG Y.; LIU S.; WU Y.; CHAI L.; LIU Y. Analysis of single-degree-of-freedom piezoelectric energy harvester with stopper by incremental harmonic balance method, *IOP Science*, v. 5, n. 5, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/2053-1591/aabefc>.

ZHOU W.; GRAVISH N. Rapid two-anchor crawling from a miliscale prismatic-push-pull (3P) robot. *IOP Science: Bioinspiration & Biomimetrics*, v. 15, n. 6, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1748-3190/aba8ab>.