Questão 1: Os métodos numéricos para calcular as raízes de funções são ferramentas interessantes para determinar uma aproximação da solução exata, considerando uma precisão tido como aceitável para o problema em questão. Dentre esses métodos, podemos citar: método da bissecção, método de Newton-Raphson e método da Secante.

a) Descreva o objetivo do método da bissecção e a estratégia utilizada para alcançá-lo (Valor: 1,0 ponto);
b) Proponha um algoritmo e pseudocódigo para o Método da Secante (Valor: 1,0 ponto).

Questão 2: Na engenharia, muitos problemas podem ser modelados com sistemas de equações lineares. Em Cálculo Numérico costuma-se apresentar os métodos numéricos para resolução de sistemas lineares em dois grupos: métodos diretos e métodos iterativos. Como exemplo de métodos diretos temos: Eliminação de Gauss, Fatoração LU e Fatoração de Cholesky. Já como métodos iterativos, podemos citar como exemplos: Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel.

a) Em que matrizes pode-se aplicar a Fatoração de Cholesky? Apresente como podemos calcular o fator de Cholesky, para a matriz a seguir (Valor: 1,0 ponto):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{21} & a_{22} & a_{32} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

b) Proponha um algoritmo e pseudocódigo para o do Método de Gauss-Jacobi (Valor: 1,0 ponto).

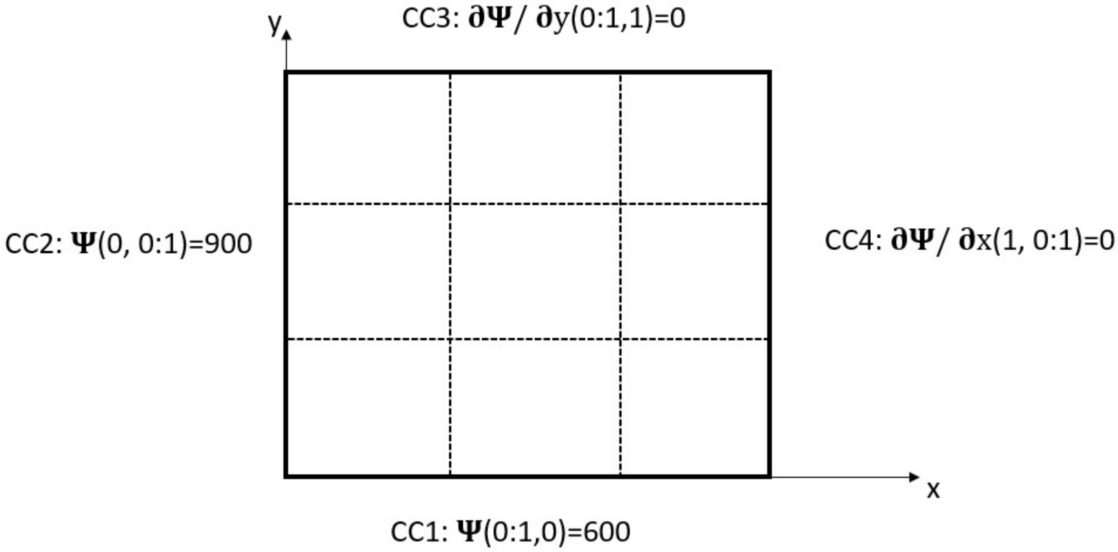
Questão 3: Quando integramos numericamente uma função f(x) em um intervalo [a,b], estamos integrando um polinômio $p_n(x)$ que aproxime a função f(x) no intervalo considerado. Podemos citar como métodos comumente apresentados para integração numérica: a regra dos trapézios, a regra de 1/3 de Simpson e quadratura de Gauss

a) Desenvolva a fórmula de Newton-Cotes do tipo fechado para a Regra de 1/3 de Simpson (Valor: 0,7 ponto);
b) Proponha um algoritmo e pseudocódigo para a Regra de 1/3 de Simpson generalizada (Valor: 0,6 ponto);
c) Para a quadratura de Gauss, mostre como encontrar os coeficientes e nós quando n=2 e o intervalo de integração for [-1,1], para a integral (Valor: 0,7 ponto):

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2)$$

Questão 4: Dada a configuração de um domínio discretizado uniformemente com a equação de governo $\frac{\partial^2 \boldsymbol{\Psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{\Psi}}{\partial y^2} = 0$ e respectivas condições de contorno (CC1, CC2, CC3 e CC4).

a) Deduzir as equações discretizadas utilizando a técnica de volumes finitos e montar o sistema de equações algébricas a ser resolvido, incluindo as condições de contorno (Valor: 1,0 ponto).
b) Escreva um algoritmo e pseudo-código para a solução iterativa do problema (Valor: 1,0 ponto).



Questão 5: Dada a configuração discretizada de um problema de condução de calor unidimensional estacionária de uma barra de material com propriedades constantes, conforme figura abaixo, indicando as incógnitas e condições de contornos prescritas obedecendo a equação ($\nabla^2 T=0$).

a) Escrever as equações discretizadas em função das variáveis indicadas e montar o sistema de equações algébricas a ser resolvido, incluindo as condições de contorno (Valor: 1,0 ponto).
b) Apresente um algoritmo de solução do sistema de equações lineares, determinado no item (a), baseado no método de Monte Carlo (MC) (Valor: 1,0 ponto).